INSTITUCIÓN EDUCATIVA
ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MARÍA
Rionegro – Antioquia

MEDIADOR PEDAGÓGICO N°1
CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES, OPERACIONES Y PROPIEDADES

ÁREA: MATEMÁTICAS	**DOCENTE:** SANDRO DAVID MELO SÁNCHEZ LENIS GRISELLY VALENCIA SANTA
GRADO: NOVENO	**PERIODO:** SEGUNDO FEBRERO- MAYO DE 2020
TIEMPO: 10 HORAS	**INTENSIDAD HORARIA:** 5 HORAS SEMANALES

TEMÁTICAS A DESARROLLAR:

- Conjunto de Números Reales:
  - Números Naturales
  - Números Enteros
  - Números Racionales
  - Números Irracionales
- Operaciones en los Reales
- Números Reales en la recta Numérica
- Valor Absoluto
- Factorización
- Fracciones Algebraicas y Simplificación
- Operaciones entre fracciones algebraicas
- Ecuaciones racionales algebraicas

ESTÁNDARES

- Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.
- Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.

DERECHOS BÁSICOS DEL APRENDIZAJE

- **(1)** Utiliza los números reales (sus operaciones, relaciones y propiedades) para resolver problemas con expresiones polinómicas.
- **(2)** Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.
- **(3)** Utiliza los números reales, sus operaciones, relaciones y representaciones para analizar procesos infinitos y resolver problemas.

INDICADORES DE DESEMPEÑO:

- Identifica los números reales en sus diferentes conjuntos numéricos.
- Utiliza números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.
- Resuelve y simplifica operaciones usando propiedades y relaciones de los números reales.
- Aplica las operaciones con los números reales en la proposición y resolución de problemas.
- Reconoce los diferentes métodos para factorizar binomios, trinomios y polinomios.
- Reconoce las fracciones algebraicas y las simplifica a su mínima expresión.
- Efectúa operaciones de suma, resta, multiplicación y división entre fracciones algebraicas.
- Resuelve ecuaciones algebraicas encontrando el valor de la variable.

1. **PREGUNTA PROBLEMATIZADORA**:

¿Cómo generar pensamiento crítico en los estudiantes, por medio del conocimiento de los conjuntos numéricos y su aplicación en el desarrollo de situaciones matemáticas?

2. ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA INICIAR:

2.1. Por tríos realiza la lectura "**EUDOXIO DE CNIDO Y EUCLIDES"** recupera información, interpreta, plantea y actúa para dar respuesta a las siguientes preguntas y realizar lo propuesto.

"MARCO HISTÓRICO: EUDOXO DE CNIDO Y EUCLIDES"

La conformación del conjunto de los números Reales ha sido un proceso en el cual han participado los más grandes matemáticos de la historia, entre estos tenemos: Eudoxo y Euclides

EUDOXO DE CNIDO **EUCLIDES**

2.2.1 Si encuentras palabras desconocidas busca su significado en el diccionario
2.2.2 Nombra las escuelas que fundaron Euclides y Eudoxio
2.2.3 Enuncia algunos de los temas que desarrollaron tanto Euclides como Eudoxo
2.2.4 Investiga tres matemáticos que hicieron aportes a la aritmética y elabora una breve biografía de cada uno.
2.2.5 ¿Cuáles son los temas que trató Euclides en su libro los elementos?

2.2 Lluvia de preguntas sobre los conceptos aprendidos en potenciación y factorización.

3. ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA RECEPCIONAR SABERES PREVIOS:

3.1 Lluvia de ideas sobre los conjuntos numéricos:

3.1.1. ¿Qué conjuntos numéricos conoces?
3.1.2. Hable de alguno de ellos
3.1.3. ¿Con qué letra se simbolizan los racionales?
3.1.4. ¿Qué es el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor)
3.1.5. ¿Cómo se simplifican fracciones? entre otras…

3.2. Solución de un taller que implica la aplicación de las propiedades de la potenciación. Retroalimenta conceptos, consultando cuales son los conjuntos numéricos trabajados en años anteriores y realiza ejemplos de cada uno de ellos. Luego realiza las siguientes operaciones:

- $7^2 \times 8 + 9$
- $\sqrt{6^2 - 11 \times 1} \div 5$
- $(5 + 3)^2$
- $\frac{\sqrt{4 \times 2^2}}{8}$
- $\frac{9}{11} - \frac{15}{11} - \frac{1}{11}$
- $-\frac{5}{7} + \frac{7}{4} - \frac{2}{3}$
- $\frac{\frac{9}{5} - \frac{3}{4}}{6}$
- $8\mathrm{n} - \left(5 + \frac{2}{5}\mathrm{n} - \frac{1}{3}\right)$
- $5\mathrm{y} - (3\mathrm{x} - 9\mathrm{y}) + 2\mathrm{x}$

3.3 Ejercicios de factorización.

4. ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA CONCEPTUALIZAR

4.1 Atiende atentamente la explicación dada por la docente relacionada con el conjunto de los números reales y su representación. Para poder entender mejor el algebra es necesario conocer muy bien el conjunto de los Números reales, sus subconjuntos más importantes; las operaciones definidas en él y sus respectivas propiedades. Escribe cuales son los elementos de cada conjunto y como se simbolizan.

4.2 A cada número Real le corresponde un punto sobre la recta numérica, por lo tanto es importante recordar que para ello es necesario centrar el cero y saber que los números positivos se extienden indefinidamente hacia la derecha al igual que los números negativos hacia la izquierda. Con la explicación de la docente ubica sobre la recta numérica los ejercicios propuestos.

4.3 La simplificación de fracciones algebraicas a su mínima expresión requiere del uso de conceptos como la factorización, para esto es necesario tener muy claro el proceso de factorización y los casos vistos. Además, las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división de fracciones algebraicas tiene los mismos procesos que las fracciones aritméticas, por lo tanto escucha la explicación y realiza los ejercicios propuestos.

4.4 Para ampliar y profundizar el tema del conjunto de los números reales ayúdate de videos que se encuentran en las siguientes páginas:

https://www.youtube.com/watch?v=lsoFP2YApvs **Números Reales ejemplos paso a paso**
https://www.youtube.com/watch?v=fLpDD_mIk4o **Clasificación de los Números reales**
https://www.youtube.com/watch?v=4XmJUvF4Pvw **Conjuntos Numéricos**
https://www.youtube.com/watch?v=MOM_Kv-8p-g **Propiedades de los Números Reales**
https://www.youtube.com/watch?v=PSEkG6g0bKA **Los números Reales y Propiedades**
https://www.youtube.com/watch?v=bZ-NGTuVZAM **Ejercicios: Propiedades de Números Reales**
https://www.youtube.com/watch?v=ncFaIlVTNpo **Números Reales en la recta numérica**
https://www.youtube.com/watch?v=UiJZwbqT06U **Ubicación de fracciones en la recta numérica**
https://www.youtube.com/watch?v=uLO7I8ULrdU **Números Irracionales en la recta**
https://www.youtube.com/watch?v=ROGt8u81FxM **Factorización de expresiones algebraicas**
https://www.youtube.com/watch?v=jlfwj7QdNqw **Simplificación de fracciones Algebraicas**
https://www.youtube.com/watch?v=QYygZSKSoss **Suma y resta de fracciones Algebraicas**
https://www.youtube.com/watch?v=skt7INKJ6qg **Suma y resta de fracciones Algebraicas**
https://www.youtube.com/watch?v=-ScW9VactAY **Fracciones algebraicas, suma, resta, producto y división**
https://sadamesa.wixsite.com/gradonoveno **Página web para profundizar y generar la necesidad del auto aprendizaje.**

5. ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA LLEVAR A LA PRÁCTICA :

5.1 Amplia lo aprendido trabajando con un compañero de grupo y dando solución alos talleres propuestos por la docente, relacionados con lo explicado en clase.
5.2 Realiza la actividad “CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES” página 12 del texto “Los Caminos del Saber 9”. Con la orientación de la docente y la colaboración entre pares desarrolla las actividades propuestas del tema dado.
5.3 Durante el desarrollo de estas actividades el docente aclara las dudas e inquietudes, siempre y cuando no hayan sido sujeto de explicación alguna. De lo contrario se remitirán a las notas tomadas o explicaciones interiorizadas.
5.4 Desarrollo del taller de factorización en parejas.
5.5 Desarrollo de la actividad “SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS”, individualmente con el fin de aplicar lo aprendido y aclarar las dudas que se presenten. Ver anexo.
5.6 En grupos de tres estudiantes realiza la actividad “OPERACIONES ENTRE FRACCIONES ALGEBRAICAS” página 25 del libro “Loa Caminos del Saber 9°.

6. ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA EVALUAR LAS COMPETENCIAS

Como lo propone el SIEVA la evaluación tendrá en cuenta la autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación, además la evaluación estará enmarcada en los conceptos y en la construcción del aprendizaje, se hará teniendo en cuenta todo el proceso de enseñanza aprendizaje y no se limitará a solo un momento. Se tendrá en cuenta:

6.1 Solución socialización y sustentación de las actividades y talleres propuestos por la docente para el desarrollo de las temáticas propuestas. Entrega oportuna de las prácticas propuestas para las clases en forma grupal e individual. (Pensamiento numérico y sistemas de numeración-Pensamiento variacional, sistemas algebraicos y analíticos).
6.2 Participación activa de las actividades realizadas en clase, con aportes pertinentes y coherentes y con un lenguaje claro y concreto. Realización de las lecturas comprensivas y da respuesta puntual a los planteamientos hechos, expresando la opinión desde lo establecido formalmente por la matemática y desde lo personal en los casos que se permita. (Pensamiento numérico y sistemas de numeración-Pensamiento variacional, sistemas algebraicos y analíticos).
6.3 Disciplina y respeto antes, durante y después de la clase, teniendo en cuenta las normas pactadas por el grupo para generar un buen ambiente de aprendizaje. (Pensamiento numérico y sistemas de numeración-Pensamiento variacional, sistemas algebraicos y analíticos).
6.4 Organización y buen uso de los materiales necesarios para el aprendizaje el cual incluye útiles escolares y enseres del aula necesarios para el buen desarrollo de las actividades propuestas.

7. ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA FORTALECER, PROFUNDIZAR O MEJORAR LAS COMPETENCIAS

7.1 Durante el desarrollo de las temáticas se destina tiempo de la clase para que entre pares fortalezcan lo aprendido, además la docente aprovecha el espacio para hacer la clase más personalizada con aquellos estudiantes que aún presentan dificultad para adquirir la competencia.
7.2 Se destinan espacios en horario extra-clase para aclarar y explicar a los estudiantes que lo requieran.
7.3 Trabajos y talleres de profundización para afianzar en la comprensión de las temáticas vistas.
7.4 Corrección de las evaluaciones escritas en el cuaderno para verificar cuales fueron los errores cometidos o las fortalezas alcanzadas
7.5 Con cada estudiante se analiza la dificultad que presenta para entender lo explicado y se sugieren estrategias y temas base para facilitar el aprendizaje.
7.6 Quince días antes de finalizar cada periodo se realizan actividades académicas especiales con los estudiantes que presentan bajos desempeños.

8. RECURSOS y BIBLIOGRAFÍA:

8.1 Papel, papel de colores, tijeras, colbón, marcadores, Internet, libros.
8.2 JOYA VEGA Anneris del Rocío. Matemáticas 9. Proyecto Los caminos del saber. Editorial Santillana, 2013.
8.3 CIFUENTES RUBIANO Julián, SALAZAR SUÁREZ Francia Leonora. Hipertexto Matemáticas 9°. Editorial Santillana, 2010.

8.4 SÁNCHEZ Carlos David, SABOGAL REYES Yamile Andrea. Proyecto SABERES Ser hacer Matemáticas 9° .Editorial Santillana, 2015
8.5 URIBE CÁLAD, Julio Alberto, ORTIZ DÍEZ, Marco Tulio. Matemática Experimental 9°. Editores Uros. 2017
8.6 CALDERÓN ZAMBRANO Isabel Cristina. Inteligencia 9 Lógico Matemática. Editorial Voluntad, 2003.
8.7 Páginas web con los videos relacionados a los temas trabajados en clase.
8.8 Página web de ayudas matemáticas https://sadamesa.wixsite.com/gradonoveno/noveno

9. EVALUACIÓN FINAL DEL MEDIADOR

____

____

____

____

____

____

SANDRO DAVID MELO SANCHEZ

LENIS GRISELLY VALENCIA SANTA

DOCENTES

ANEXO 1

TALLER DE FACTORIZACIÓN
Este taller se encuentra en la página web
https://sadamesa.wixsite.com/gradonoveno/primer-periodo

TALLER DE FACTORIZACIÓN

1 -Factoriza realizando los procedimientos

1. $9a^2 - 25b^2 =$	2. $16x^2 - 100 =$
3. $3x^2 - 5x^2 + 2 =$	4. $9p^2 - 40q^2 =$
5. $9m^{12} + 23\,n^6 + 144 =$	6. $49x^2 - 64t^2 =$
7. $5x^3 - 55x^2 + 140x =$	8. $225 + 5y^2 + y^4 =$
9. $x^3 - 15x^2 + 140x =$	10. $8y^3 + z^3$
11. $4m^8 - 53\,m^4 + 49=$	12. $16 - 9c^4 + c^8 =$
13. $8y^2 - 18 =$	14. $x^2 + 40 - 13\,x =$
15. $(m-3)^3 + (j - K)^3$	16. $2a^5 - 162\,a^3 =$
17. $25m^4 - 70\,m^2n + 49n^2 =$	18. $49x^4 - 18\,x^2 + 1 =$
19. $21n^2 + 11n - 2 =$	20. $3x^7 - 27x =$
21. $x^2 - 11x + 30 =$	22. $3x^2 + 10x + 3 =$
23. $12x^2 + 17x - 5 =$	24. $x^3 - 4x^2 + 4x =$
25. $ax + ay - bx - by =$	26. $2r^2 - 2s^2 + hr^2 - hs^2 =$
27. $ae^x - be^x + ce^x + ae^{x+1} - be^{x+1} + ce^{x+1} =$	28. $a^3 + a^2 - 9a - 9 =$
29. $y^4 - 8\,1=$	30. $36x^2 - 84xy + 49y^2 =$
31. $m^3 + m^2 - 2 =$	32. $a^5 - 25\,a^3 + a^2 - 25$
33. $16x^6y^8 - 8\,x^3y^4z^7 + z^{14} =$	34. $4x^2 + 7mnx - 15m^2\,n^2 =$

Factorización por Factor Común

1. $-35m^2n^3-70m^3$ $\rightarrow$ Resp. - $35m^2(n^3-2m)$
2. - $x^3+x^5-x^7$ $\rightarrow$ Resp. - $x^3(1+x^2-x^4)$
3. - $9a^2-12ab+15a^3b^2-24ab^3$ $\rightarrow$ Resp. - $3a(3a-4ab+5a^2b^2-8b^3)$
4. $-16x^3y^2-8x^2y-24x^4y^4-40x^2y^3$ $\rightarrow$ Resp. - $8x^2y(2xy-1-3x^2y-5y^2)$
5. - $93a^3x^2y-62a^2x^3y^2-124a^2x$ $\rightarrow$ Resp. - $31a^2x(3axy-2x^2y^2-4)$
6. $-3x(x-2)-2y(-2+x)$ $\rightarrow$ Resp. - $(x-2(3x-2y)$
7. $-1-x+2a(1-x)$ $\rightarrow$ Resp. - $(1-x)(1+2a)$
8. $-3a^2b+6ab-5a^3b^2+8a^2bx+4ab^2m$ $\rightarrow$ Resp. - $ab(3a+6-5a^2b+8ax+4bm)$

2. Factorización por diferencia de cuadrados

1. $-a^2b^8-c^2$ $\rightarrow$ Resp. - $(ab^4+c)(ab^4-c)$
2. $-25x^2y^4-121$ $\rightarrow$ Resp. - $(5xy^2+11)(5xy^2-11)$
3. $-49x^2y^6z^{10}-a^{12}$ $\rightarrow$ Resp. - $(7xy^3z^5+a^6)(7xy^3z^5-a^6)$
4. $-4x^{2n}-\frac{1}{9}$ $\rightarrow$ Resp. - $\left(2x^n+\frac{1}{3}\right)\left(2x^n-\frac{1}{3}\right)$
5. $-4x^2-(x+y)^2$ $\rightarrow$ Resp. - $(3x+y)(x-y)$
6. $-(a+x)^2-(x+2)^2$ $\rightarrow$ Resp. - $(a+2x+2)(a-2)$
7. $-49a^{10n}-\frac{b^{12x}}{81}$ $\rightarrow$ Resp. - $\left(7a^{5n}+\frac{b^{6x}}{9}\right)\left(7a^{5n}-\frac{b^{6x}}{9}\right)$
8. $-a^{2n}b^{4n}-\frac{1}{25}$ $\rightarrow$ Resp. - $\left(a^nb^{2n}+\frac{1}{5}\right)\left(a^nb^{2n}-\frac{1}{5}\right)$

3. Factorización por cuadrado perfecto

1) $49m^6-70am^3n^2+25a^2n^4$
2) $a^2+24am^2x^2+144m^4x^4$
3) $\frac{1}{25}+\frac{25x^4}{36}-\frac{x^2}{3}$
4) $-4m(n-m)+4m^2+(n-m)^2$
5) $121+198x^6+81x^{12}$
6) $1+14x^2y+49x^4y^2$
7) $a^2+2a(a+b)+(a+b)^2$
8) $a^4-a^2b^2+\frac{b^2}{4}$

4. Factorización de Trinomios de la forma $x^2 + bx + c$

1) $2a^2 - 13a + 40$
2) $n^2 + 28n - 29$
3) $n^2 - 6n - 40$
4) $m^2 + 13m - 30$
5) $2a^2 + 7a - 60$
6) $a^2 14a + 33$
7) $x^2 - 5x - 36$
8) $a^2 - 2a - 35$

5. Factorización por Completación de Cuadrados

1) $x^2 + 54x + 648$
2) $x^2 + \frac{15}{4}x + \frac{7}{8}$
3) $x^2 + 6x - 216$
4) $a^2 - 66a + 1080$
5) $m^2 - 8m - 1008$
6) $n^2 + 43m + 432$
7) $m^2 - 41m + 400$
8) $x^2 + 50x + 336$

6. Factorización de Potencia Iguales

1) $m^8 - n^8$
2) $66a^6 - 729^6$
3) $16^4 - 81^4$
4) $x^6 - y^6$
5) $x^7 - 128$
6) $a^5 + b^5c^5$

TALLER DE MÁXIMO COMÚN DIVISOR (M.C.D) Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (M.C.M)

Este taller se encuentra en la página web
https://sadamesa.wixsite.com/gradonoveno/primer-periodo

Como determinar el MCD y MCM de dos o más expresiones algebraicas.

MCD de polinomios

Para encontrar el **M.C.D** de polinomios la mejor forma es mediante la factorización, en otras palabras, mediante la descomposición en factores.

Se plantea un ejemplo para comprender de mejor manera la obtención del máximo común divisor de polinomios. Encontrar el **M.C.D** de $2a^2 + 2ab$ y $4a^4 - 4a^2b^2$.

Primeramente se debe factorizar las anteriores expresiones:

- $2a^2 + 2ab = 2a(a + b)$
- $4a^4 + 4a^2b^2 = 4a^2(a^2 - b^2)$

Considerando por medio de un producto notable que $(a^2 + b^2) = (a + b)(a – b)$ y $4a^2 = (2a)^2$, es posible seguir factorizando la segunda expresión obteniendo:

- $4a^2(a^2 + b^2) = (2a)^2(a + b)(a – b)$

Ahora comparando las dos expresiones.

- $2a(a + b)$
- $(2a)^2(a + b)(a – b)$

El factor común es $2a(a +b)$, por lo tanto, el **M.C.D** de $2a^2 + 2ab$ y $4a^4 + 4a^2b^2$ es $2a(a +b)$.

Lo que se realizó para encontrar el **M.C.D.** de polinomios es factorizar las expresiones para encontrar el factor común de una manera sencilla.

MCM de polinomios

d) Hallar el **M.C.M** de $8a^2b$, $4a^3-4a$, $6a^2-12a+6$

Descomponiendo las expresiones:

- $8a^2b = 2^3a^2b$
- $4a^3-4a = 4a(a^2-1) = 2^2a(a+1)(a-1)$
- $6a^2-12a+6 = 6(a^2-2a+1) = 2*3(a-1)^2$

El **M.C.M** es $2^3*3a^2b(a-1)^2(a+1)= 24\ a^2b(a-1)^2(a+1)$ Solución.

Para cada una de las siguientes expresiones, determine el MCD y MCM

1. $3x+3,\ 6x-6.$
2. $5x+10,\ 10x^2-40.$
3. $x^3+2x^2y,\ x^2-4y^2.$
4. $3a^2x-9a^2,\ x^2-6x+9.$
5. $4a^2-9b^2,\ 4a^2-12ab+9b^2.$
6. $a^3+a^2b,\ a^3+2a^2b+ab^2.$
7. $3ax+12a,\ 2bx^2+6bx-8b.$
8. $x^3-25x,\ x^2+2x-15.$
9. $(x-1)^2,\ x^2-1.$
10. $(x+1)^2,\ x^2+1.$
11. $x^3+y^3,\ (x+y)^3.$
12. $x^3-y^3,\ (x-y)^3.$
13. $x^2+3x-10,\ 4x^2-7x-2.$
14. $a^2+a-30,\ a^2+3a-18.$
15. $x^3-9x+5x^2-45,\ x^4+2x^3-15x^2.$
16. $x^6-4x^3-32,\ ax^4+2ax^3+4ax^2.$
17. $8(x-y)^2,\ 12(x^2-y^2).$
18. $5(x+y)^2,\ 10(x^2+y^2).$
19. $6a(m+n)^3,\ 4a^2b(m^3+n^3).$
20. $ax(m-n)^3,\ x^3(m^3-n^3).$
21. $2a^2+2a,\ 3a^2-3a,\ a^4-a^2.$
22. $x^2+2x,\ x^3-2x^2,\ x^2-4.$

TALLER DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Este taller se encuentra en la página web
https://sadamesa.wixsite.com/gradonoveno/primer-periodo

Realice las siguientes operaciones y simplifique al máximo su respuesta.

1. $\dfrac{2a^2}{4a^2-4ab}$

2. $\dfrac{a^2-ab-6b^2}{a^3x-6a^2bx+9ab^2x}$

3. $\dfrac{x^3+y^3}{(x+y)^3}$

4. $\dfrac{X^2-4X+4}{4X^2-X^4}$

5. $\dfrac{(X^2-1)(X^2-8X+16)}{(X^2-4X)(1-X^2)}$

7. $\dfrac{1}{ab}+\dfrac{(b^2-a^2)}{ab^3}+\dfrac{ab+b^2}{a^2b^2}$

8. $\dfrac{X+5}{X^2+X-12}+\dfrac{X+4}{X^2+2X-15}+\dfrac{X-3}{X^2+9X+20}$

9. $\dfrac{2}{X+1}+\dfrac{3}{X-1}-\dfrac{X+5}{1-X^2}$

10. $\left(\dfrac{X+2}{1}-\dfrac{12}{X+1}\right)\left(\dfrac{X-2}{1}+\dfrac{10-3X}{X+5}\right)$

11. $\left(\dfrac{16X^2-24XY+9Y^2}{16X-12Y}\right)\div\left(\dfrac{64X^3-27Y^3}{32X^2+24XY+18Y^2}\right)$

$\dfrac{m^3+6m^2n+9mn^2}{2m^2n+7mn^2+3n^3}\bullet\dfrac{4m^2-n^2}{8m^2-2mn-n^2}\div\dfrac{m^3+27n^3}{16m^2+8mn+n^2}$

TALLER DE ECUACIONES RACIONALES

Este taller se encuentra en la página web
https://sadamesa.wixsite.com/gradonoveno/primer-periodo

Recordar:

- Una **ecuación** es una igualdad algebraica en la que aparecen letras (incógnitas) con valor desconocido.
- El **grado de una ecuación** viene dado por el exponente mayor de la incógnita. En este tema trabajamos con ecuaciones lineales (de grado 1) con una incógnita.
- **Solucionar** una ecuación es encontrar el valor o valores de las incógnitas que transforman la ecuación en una identidad.
- Dos ecuaciones son **equivalentes** si tienen las mismas soluciones.
- Para conseguir ecuaciones equivalentes, sólo se puede aplicar alguna de las siguientes propiedades:
  Propiedad 1: Sumar o restar a las dos partes de la igualdad una misma expresión.
  Propiedad 2: Multiplicar o dividir las dos partes de la igualdad por un número diferente de cero.

Ejercicios de autoaprendizaje:

1. Resolvemos algunas ecuaciones:

Procedimiento para resolver una ecuación de 1r grado:

- Eliminar denominadores: multiplicando ambas partes de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores. (Propiedad 2)
- Eliminar paréntesis. (Propiedad distributiva)
- Transposición de términos. Conseguir una ecuación de la forma $a \cdot x = b$. (Propiedad 1).
- Despejar la incógnita. (Propiedad 2).
- Comprobar la solución.

a) $3(2x+5)-2(4+4x)=7$ lo primero que hacemos será las operaciones de los paréntesis

$6x+15-8-8x=7$ sumamos los términos en x y los términos independientes

$-2x+7=7$ transponemos los términos

$-2x=7-7 \quad \Rightarrow \quad -2x=0$ despejamos la incógnita $\Rightarrow \boxed{x=0}$

Comprobación:

Al sustituir en la ecuación $x=0$, transforma la ecuación en identidad:

$3(2\cdot 0+5)-2(4+4\cdot 0)=7 \quad \Rightarrow \quad 3\cdot 5-2\cdot 4=7$

b) $4-\dfrac{x+3}{6}=2+\dfrac{9-2x}{3} \Rightarrow$ Multiplicamos ambas partes de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores

$$6\cdot\left(4-\frac{x+3}{6}\right)=6\cdot\left(2+\frac{9-2x}{3}\right) \quad \Rightarrow$$

$24-(x+3)=12+2(9-2x)$ eliminamos los paréntesis

$24-x-3=12+18-4x \quad \Rightarrow \quad 21-x=30-4x$ transponemos los términos

$4x-x=30-21 \quad \Rightarrow \quad 3x=9$ despejamos la incógnita $\Rightarrow \boxed{x=3}$

Comprobación:

$$4-\frac{3+3}{6}=2+\frac{9-2\cdot 3}{3} \quad \Rightarrow \quad 4-\frac{6}{6}=2+\frac{3}{3}$$

2. ¿Son equivalentes las siguientes ecuaciones?

a) $x+5=8$ y $7x+1=22$

Tenemos que resolver cada una de ellas y mirar si tienen la misma solución.
Resolvemos la primera: $x=3$
Resolvemos la segunda: $7x=21 \quad \Rightarrow \quad x=3$
Como tienen la misma solución son ecuaciones equivalentes.

b) $x+3=4$ y $8x+8=8$.

Resolvemos la primera: $x=1$
Resolvemos la segunda: $8x=0 \quad \Rightarrow \quad x=0$
Como **no** tienen la misma solución **no son** ecuaciones equivalentes.

3. Problemas resueltos:

Procedimiento para resolver problemas de ecuaciones:

- Definición de la incógnita
- Traducir al lenguaje algebraico el enunciado.
- Planteamiento de la ecuación.
- Resolución de la ecuación.
- Ver si el resultado de la ecuación es coherente con el enunciado

a) Un número y su quinta parte suman 18. ¿Cuál es el número?

$x=$el número buscado. (definición de la incógnita)

Su quinta parte es $\frac{x}{5}$ (transformación al lenguaje algebraico).

$x+\frac{x}{5}=18$ (es el planteamiento de la ecuación).

Resolvemos la ecuación: $5x+x=90 \quad \Rightarrow \quad 6x=90 \quad \Rightarrow \quad x=\frac{90}{6} \quad \Rightarrow$

Entonces, $x=15$
Notamos que al volver a leer el problema $x=15$ es coherente con el enunciado, 15 más 3 (su quinta parte) son18.

b) Perdí un tercio de las ovejas y llegué con 24. ¿Cuántas ovejas tenía?

$y=$número de ovejas que tenía.

Un tercio de las que tenía es $\frac{y}{3}$

El planteamiento será una resta: $y-\frac{y}{3}=24$

Resolvemos la ecuación: $3y-y=72 \quad \Rightarrow \quad 2y=72 \quad \Rightarrow \quad y=\frac{72}{2} \Rightarrow \boxed{y=36 \text{ ovejas}}$.

Notamos que el resultado es un número natural coherente con el enunciado.

c) En una tienda, de un producto me rebajaron el 15% y pagué 51 €. ¿Cuánto costaba el producto?
$a =$ precio en € del producto.
El 15% de a es $\frac{15}{100}a$
Lo que costaba el producto menos la rebaja es lo que pagué:
$a - \frac{15}{100}a = 51$
Resolvemos: $\frac{85}{100}a = 51 \Rightarrow a = \frac{51.100}{85} \Rightarrow a = 60$ €.
El resultado es coherente con el enunciado el 15% de 60€ son 9€, entonces pagué 51€

d) Regala 8 cromos y se queda con la mitad. ¿Cuántos cromos tenía?
$x =$ número de cromos que tenía.
Si regala 8 tendrá $x - 8$, y dice que esta cantidad coincide con la mitad de los que tenía, es decir, $\frac{x}{2}$.
El planteamiento es: $x - 8 = \frac{x}{2}$.
Resolvemos: $2x - 16 = x \Rightarrow 2x - x = 16 \Rightarrow \boxed{x = 16 \text{ cromos.}}$
Notamos que el resultado es un número natural coherente con el enunciado.

e) Hace 15 años la edad de Lusa era $\frac{2}{5}$ de la edad que tendrá dentro de 15 años. ¿Qué edad tiene ahora?
$x =$ edad actual de Luisa.
Fa 15 años tenia $x - 15$ años y d'ací 15 años tendrá $x + 15$.
El planteamiento es: $x - 15 = \frac{2}{5}(x + 15)$
Resolvemos: $5x - 75 = 2(x + 15) \Rightarrow 5x - 75 = 2x + 30 \Rightarrow 3x = 105 \Rightarrow$
$x = \frac{105}{3} \Rightarrow \boxed{x = 35 \text{ años es la edad actual de Luisa.}}$
El resultado es coherente con el enunciado. Si ahora Luisa tiene 35 años, dentro de 15 años Luisa tendrá 50 años, hace 15 años tenía 20 años que son dos quintas partes de 50.

Ejercicios propuestos:

1. ¿Son equivalentes las siguientes ecuaciones?
   a) $2x = 8$ y $3x - 2 = 10$
   b) $2x = 8$ y $4x - 6 = 16$
   c) $\frac{x}{3} + 1 = 4$ y $x - 1 = 8$
   d) $\frac{x-2}{5} = \frac{1}{2}$ i $\frac{x+1}{2} = 5$

2. Resolver las ecuaciones siguientes:

a) $3x+5=5x-13$

b) $5(7-x)=31-x$

c) $4(2-3x)=-2x-27$

d) $6x-8=4(-2x+5)$

e) $3(2x-2)=2(3x+9)$

f) $3(4x+7)=4x-25$

g) $7x+15=3(3x-7)$

h) $\frac{4x+1}{3}=\frac{12x-3}{7}$

i) $\frac{2x-5}{12}=\frac{-x}{4}-\frac{5}{3}$

j) $\frac{x}{5}+\frac{x}{3}-1=\frac{x}{2}$

k) $\frac{2x+4}{3}=\frac{x}{6}-3$

l) $\frac{x+11}{2}-\frac{2x+3}{5}=5$

m) $\frac{5x+1}{6}+\frac{2x+1}{3}=2$

n) $\frac{6x+1}{5}=-10+\frac{2x+1}{3}$

o) $x-\frac{x}{5}=30$

p) $\frac{4x}{33+x}=\frac{1}{3}$

q) $\frac{4x}{15}-\frac{6x+28}{5}=0$

r) $\frac{2x}{3}=\frac{5x}{12}-2$

s) $3x-\frac{2x}{5}=\frac{3x}{10}+14$

t) $\frac{4x-3}{5}-\frac{4x}{3}=\frac{2(x-13)}{15}$

u) $\frac{3x+5}{2}-\frac{4x-5}{3}=\frac{7x+1}{6}-5$

v) $\frac{9x-1}{13}-\frac{5x-8}{4}=x+6$

w) $5x-\frac{2x+1}{2}=3x+\frac{15x-2}{4}$

x) $\frac{4(3x+6)}{5}+3=\frac{2(2x+5)}{3}-3x$

y) $2x-6-\frac{2(2x+8)}{3}=4x-1$

z) $\frac{7x-6}{3}-(x+2)=4x+2$

3. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $9-2(x+4)-10(25-x+4)=5-3x-4(x+1)$

b) $\frac{7x}{3}+\frac{13}{2}-\frac{7x}{6}=\frac{17}{12}-\frac{3x}{4}$

c) $\frac{23x}{20}+4x-\frac{13}{15}=\frac{7x}{5}+\frac{4x-5}{20}$

d) $\frac{x-4}{4}-\frac{5x+3}{32}=\frac{7}{16}-\frac{5x}{8}$

e) $\frac{6x+1}{12}-\frac{x-13}{9}=\frac{5x-3}{2}+\frac{x}{30}$

f) $\frac{3x+8}{10}-\frac{9x-9}{14}=\frac{31x-4}{14}+\frac{4x-1}{35}$

g) $\frac{8-4x}{3}-2(5x+8)=\frac{2(4x+6)}{9}+2(10x+1)$

h) $\frac{6x-19}{6x+1}=5$

i) $\frac{121-2x}{x}=\frac{5}{3}$

Errores frecuentes que no se deben cometer en la simplificación:

a. $\frac{5a+ab}{15}=\frac{\cancel{5}a+ab}{\cancel{15}}=\frac{a+ab}{3}$ (no se pueden simplificar porque **NO SON FACTORES**)

b. $\frac{\cancel{a-b}}{\cancel{b-a}}=1$ (para poder simplificar tiene que ser **IGUAL LO DEL NUMERADOR Y EL DENOMINADOR**)

c. $\frac{\cancel{3x+5y}}{\cancel{3x+5y}}=0$ (ojo es como si tienes $\frac{8}{8}$, si se simplifica **NO DA 0** !!!!)

d. $\frac{m^{8}n^{-5}}{m^{-2}n^{9}p}=\frac{m^{8-2}n^{-5-9}}{p}=\frac{m^{6}n^{-14}}{p}$ (en este caso **LOS EXPONENTES DEL DENOMINADOR SE RESTAN** −(-2))