MEDIADOR PEDAGÓGICO N°1
CONCEPTUALIZACIÓN GEOMÉTRICA, TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS
TEOREMAS

ÁREA:GEOMETRÍA, ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD	**DOCENTE:** LENIS GRISELLY VALENCIA SANTA, SANDRO DAVID MELO SÁNCHEZ
GRADO: NOVENO	**PERIODO:** SEGUNDO 17 DE FEBRERO AL 15 DE MAYO
TIEMPO: 4 HORAS SEMANALES	**INTENSIDAD HORARIA:** 2 HORAS

- TEMÁTICAS A DESARROLLAR:

- Conceptualización geométrica y construcción de figuras con regla y compas.
- Triángulos y sus teoremas (Pitágoras)
- Puntos notables de un Triángulo
- Cuadriláteros y sus teoremas
- Teorema de Tales de Mileto

ESTÁNDARES

- Reconocer y contrastar propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos. (Pitágoras y Tales).
- Aplicar y justificar criterios de congruencia y semejanza entre triángulos en la solución y formulación de problemas.

DERECHOS BÁSICOS DEL APRENDIZAJE

- Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Tales y el teorema de Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.
- Conjetura acerca de las regularidades de las formas bidimensionales y tridimensionales y realiza inferencias a partir de los criterios de semejanza, congruencia y teoremas básicos.

INDICADORES DE DESEMPEÑO:

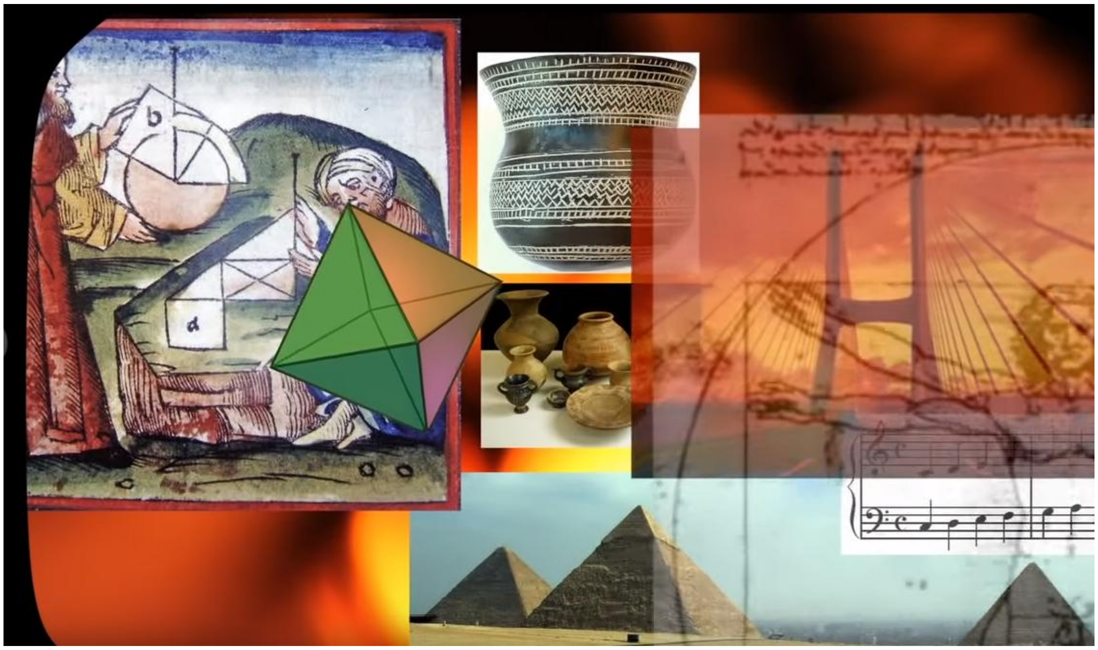
- Reconoce los conceptos fundamentales de la geometría y su simbología.
- Identifico los elementos de los triángulos y sus teoremas en la solución de problemas.

1. **PREGUNTA PROBLEMATIZADORA**:
¿Cómo formular y resolver problemas que requieren el uso de áreas de superficies y volúmenes de sólidos geométricos y sus correspondientes unidades de medida?

2. ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA INICIAR:

2.2 Video historia de la geometría

https://www.youtube.com/watch?v=Kf2keZvdv9I



3. ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA RECEPCIONAR SABERES PREVIOS:

3.1 ¿Qué figuras geométricas conoces?

3.2 ¿Qué diferencia tiene un cuadrado de un rectángulo?

3.3 ¿Cuántos lados tiene un rombo?

3.4 Dibuja dos rectas paralelas

3.5 Dibuja dos rectas perpendiculares

3.6 ¿Sabes construir figuras geométricas con regla y compas?

3.7 Dibuja un paralelogramo

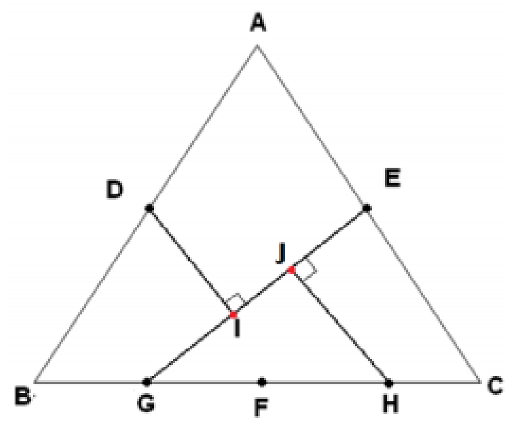
3.8 Dibuja un triángulo rectángulo isósceles

3.9 Dibuja un triangulo escaleno que sea rectángulo

Realiza con la ayuda del profesor la siguiente actividad.

Conducta de entrada: Todos sabemos dibujar?

a. **Dibuja un triángulo equilátero ABC.**
b. **Marca los puntos medios de los segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ con los nombres (D, E y F respectivamente)**
c. **Divide el lado BC en cuatro partes iguales y marca los puntos G como punto medio del segmento BF y H como punto medio del segmento FC.**
d. **Une los puntos G y E con un segmento.**
e. **Traza un segmento perpendicular hasta el segmento ($\overline{GE}$) que pase por el punto (D), ahora traza de nuevo otro segmento perpendicular al segmento ($\overline{GE}$) que pase por el punto (H), coloque a la intersección de cada segmento trazado desde los puntos (D) y (H), con el segmento ($\overline{GE}$) los nombres I y J.**



El triángulo queda dividido en cuatro polígonos: Tres cuadriláteros (ADIE, BDIG, CEJH) y un triángulo (HJG), con los cuales puede construirse un cuadrado.

Responda las siguientes preguntas:

a. **Fue fácil la construcción del triángulo.**
b. **¿Qué inconvenientes se presentaron para su construcción?**
c. **¿Qué conceptos no son claros para usted en la construcción del triángulo?**

4. ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA CONCEPTUALIZAR

4.1 Atiende atentamente la explicación dada por el docente.

4.2 Construcción con material concreto.

4.3 Videos explicativos

4.4 Construcciones con regla y compas.

Para ampliar y profundizar los temas tratados se propusieron los siguientes videos, los cuales están organizados en la página web https://sadamesa.wixsite.com/gradonoveno

https://www.youtube.com/watch?v=zYPOboWoLVI	Conceptos primitivos de la Geometría
https://www.youtube.com/watch?v=EPV-7cj8Ej8	Postulados de Euclides
https://www.youtube.com/watch?v=gDre7EU3EGw	Teoremas fundamentales de los Triángulos
https://www.youtube.com/watch?v=2yfkEAt2ew0	Teorema de Pitágoras
https://www.youtube.com/watch?v=ifjbo-RyfNE	Teorema de Tales de Mileto
https://www.youtube.com/watch?v=WhrDNe8-TQ0	Teorema de Tales y sus proporciones

5. ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA LLEVAR A LA PRÁCTICA :

5.1 Talleres grupales los cuales se pueden descargar de la página ayudas virtuales en matemáticas.
5.2 Durante el desarrollo de estas actividades el docente aclara las dudas e inquietudes, siempre y cuando no hayan sido sujeto de explicación alguna. De lo contrario se remitirán a las notas tomadas o explicaciones interiorizadas.
5.3 Solución de los ejercicios por parte de los estudiantes y luego aclaración de dudas por parte del docente.
5.4 Desarrollo de los talleres propuestos para afianzar los conocimientos estudiados.
5.5 Actividades virtuales.

6. ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA EVALUAR LAS COMPETENCIAS

Como lo propone el SIEVA la evaluación tendrá en cuenta la autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación, además la evaluación estará enmarcada en los conceptos y en la construcción del aprendizaje, se hará teniendo en cuenta todo el proceso de enseñanza aprendizaje y no se limitará a solo un momento. Se tendrá en cuenta:

6.1 Solución, socialización y sustentación de las actividades y talleres propuestos por el docente para el desarrollo de las temáticas propuestas.
6.2 Participación activa de las actividades realizadas en clase, con aportes pertinentes y coherentes y con un lenguaje claro y concreto.
6.3 Prácticas investigativas donde el estudiante se somete a diferentes situaciones las cuales se pueden dar respuesta mediante la experimentación.
6.4 Disciplina y respeto antes, durante y después de la clase, teniendo en cuenta las normas pactadas para generar un buen ambiente de aprendizaje
6.5 Organización y buen uso de los materiales necesarios para el aprendizaje el cual incluye útiles escolares y enseres del aula necesarios para el buen desarrollo de las actividades propuestas.

7. ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA FORTALECER, PROFUNDIZAR O MEJORAR LAS COMPETENCIAS

7.1 Durante el desarrollo de las temáticas se destina tiempo de la clase para que entre pares fortalezcan lo aprendido, además la docente aprovecha el espacio para hacer la clase más personalizada con aquellos estudiantes que aún presentan dificultad para adquirir la competencia.
7.2 Se destinan espacios en horario extra-clase para aclarar y explicar a los estudiantes que lo requieran.
7.3 Trabajos y talleres de profundización para afianzar en la comprensión de las temáticas vistas.
7.4 Corrección de las evaluaciones escritas en el cuaderno para verificar cuales fueron los errores cometidos o las fortalezas alcanzadas

7.5 Con cada estudiante se analiza la dificultad que presenta para entender lo explicado y se sugieren estrategias y temas base para facilitar el aprendizaje.
7.6 El docente durante el periodo permite que a partir de la participación se mejores los desempeños más bajos y a su vez establece una prueba tipo PISA la cual permite recuperar las notas perdidas, siempre y cuando el resultado esté entre 2,0 y 2,9.

8. RECURSOS y BIBLIOGRAFÍA:

8.1 Papel, papel de colores, tijeras, colbón, marcadores, espaguetis, Internet y libros
8.2 Páginas web, sadamesa.wix.com/gradonoveno
8.3 Videos de Youtube
8.4 Bibliografía

- Lida Buitrago García, Oscar Oswaldo Benavides Velásquez, Andrea Constanza Perdomo Pedraza. Matemáticas 11. Proyecto Los caminos del saber. Editorial Santillana, 2013.
- Ministerio de Educación Nacional. Matemáticas 11
- Larson. Ronald; Hostetler, Robert. Cálculo, Bogotá , MagGraw-Hill Latinoamérica.

9. EVALUACIÓN FINAL DEL MEDIADOR

____

____

____

____

____

SANDRO DAVID MELO SANCHEZ — LENIS GRISELLY VALENCIA SANTA

DOCENTE — DOCENTE

ANEXO 1

El archivo lo puedes encontrar en el enlace: https://efa47de3-daf7-4ef6-b89f-7a4be762dcd8.filesusr.com/ugd/ba7b79_d2d5d94d8cd0489a8c0a7a65b0336da3.pdf

Tema: *Repaso de conceptos fundamentales de geometría.*

Geometría: *Es una parte de la matemática que se encarga de estudiar las propiedades y las medidas de una figura en un plano o en un espacio además de las relaciones entre puntos, líneas, ángulos, planos y figuras.*

La geometría parte de ***axiomas*** *(las proposiciones que se encargan de relacionar los conceptos); estos axiomas dan lugar a* ***teorías*** *que, mediante instrumentos de esta disciplina como el* ***transportador*** *o el* ***compás****, pueden comprobarse o refutarse.*

Entre las distintas corrientes de la geometría, se destaca la ***geometría algorítmica****, que usa el álgebra y sus cálculos para resolver problemas vinculados a la extensión.*
La ***geometría descriptiva****, por su parte, se dedica a solucionar los problemas del espacio mediante operaciones que se desarrollan en un plano donde están representadas las figuras de los sólidos. La* ***geometría analítica*** *se encarga de estudiar las figuras a partir de un sistema de coordenadas y de las metodologías propias del análisis matemático.*

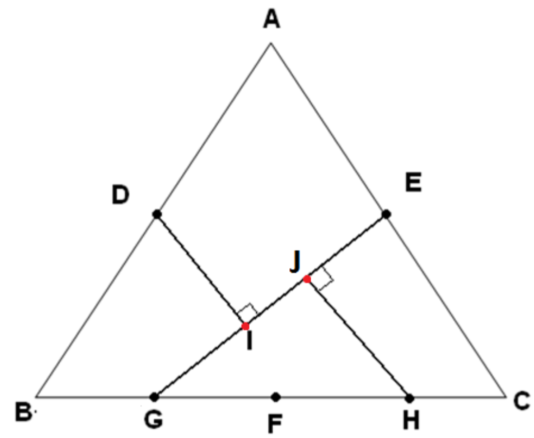
Por último, podemos agrupar tres ramas de la geometría con diferentes características y alcances. La ***geometría proyectiva*** *se encarga de las proyecciones de las figuras sobre un plano; la* ***geometría del espacio*** *se centra en las figuras cuyos puntos no pertenecen todos al mismo plano; mientras que la* ***geometría plana*** *considera las figuras que tienen la totalidad de sus puntos en un plano.*

Conducta de entrada: Todos sabemos dibujar?

a. **Dibuja un triángulo equilátero ABC.**
b. **Marca los puntos medios de los segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ con los nombres (D, E y F respectivamente)**
c. **Divide el lado BC en cuatro partes iguales y marca los puntos G como punto medio del segmento BF y H como punto medio del segmento FC.**

d. Une los puntos G y E con un segmento.

e. Traza un segmento perpendicular hasta el segmento ($\overline{GE}$) que pase por el punto (D), ahora traza de nuevo otro segmento perpendicular al segmento ($\overline{GE}$) que pase por el punto (H), coloque a la intersección de cada segmento trazado desde los puntos (D) y (H), con el segmento ($\overline{GE}$) los nombres I y J.



El triángulo queda dividido en cuatro polígonos: Tres cuadriláteros (ADIE, BDIG, CEJH) y un triángulo (HJG), con los cuales puede construirse un cuadrado.

Responda las siguientes preguntas:

a. Fue fácil la construcción del triángulo.

b. ¿Qué inconvenientes se presentaron para su construcción?

c. ¿Qué conceptos no son claros para usted en la construcción del triángulo?

GLOSARIO: Consultar el concepto y la forma de representar simbólicamente, si tiene.

Punto: Es la intersección entre dos rectas

Plano: Espacio limitado por tres rectas.

Espacio: Es el conjunto universal de todos los puntos.

Puntos colineales: Que están en la misma recta.

Puntos coplanares: Que se encuentran en el mismo plano.

Recta: Distancia más corta entre dos puntos.

Segmento: Parte o subconjunto de una recta que incluye los puntos extremos.

Semirrecta: Subconjunto de una recta que no incluye el punto extremo y se dirige a menos infinito o mas infinito.

<u>POSICIONES QUE PUEDEN ADOPTAR DOS RECTAS CONTENIDAS EN UN PLANO</u>

Rectas secantes: Cuando su intersección es un punto.

Rectas perpendiculares: Que forman un ángulo de 90º entre ellas al intersecarse.

Rectas paralelas: Que por más que se prolonguen, nunca se cortan.

ANGULOS

Angulo: Es la unión de dos semirrectas que tienen el mismo origen, las semirrectas se denominan lados del ángulo y el origen es el vértice.

Medir: Es comparar un magnitud con otra de la misma especie.

Medir un ángulo: Es determinar la amplitud existente entre sus lados. La longitud de los lados no altera la medida del ángulo.

Actividad Diagnóstica:

1. Dibuja lo que se pide a continuación; luego, utilizo la simbología apropiada para nombrar cada espacio geométrico.

a. La recta que pasa por los puntos P y Q.

b. Un ángulo agudo que tiene vértice en B y está formado por las semirrectas BA y BC.

c. Dos rectas perpendiculares l y m que se intersecan en el punto P.

d. Un segmento AB congruente a otro $\overline{MN}$.

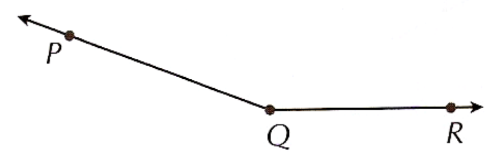
e. El punto medio P del $\overline{FG}$.

f. La recta l es paralela a la recta m.

g. El triángulo que tiene como vértices los puntos J, K y L.

h. El arco FG sobre una circunferencia con centro P.

2. a. Construye un ángulo congruente al PQR.



b. Determina qué tipo de ángulo es.

c. Construye la bisectriz del ángulo.

3. a. Construye un triángulo rectángulo isósceles con vértices A, B y C.

b. Construye la mediana que pasa por la hipotenusa.

Responda las siguientes preguntas:

1. Que conceptos no son claros para usted en esta primera parte.
2. Identifica usted la simbología expresada en esta primera parte.
3. Que procesos desconoce en la construcción de los dibujos pedidos.

Consulte los videos expuestos:

Construcción de dos rectas perpendiculares: https://www.youtube.com/watch?v=D46wMlHxPsA

Construcción de Segmentos congruentes: https://www.youtube.com/watch?v=hBs6KWm6rmk

Construcción de Rectas paralelas: https://www.youtube.com/watch?v=Dn348n023To

Construcción de ángulos congruentes: https://www.youtube.com/watch?v=me8kFkJvw-I

Construcción de la bisectriz de un ángulo: https://www.youtube.com/watch?v=DOo-kdCcUh8

Construir un triangulo rectángulo isósceles: https://www.youtube.com/watch?v=JTyjqeQeka4

Construir la mediana de un triangulo: https://www.youtube.com/watch?v=iF5dttJPzq0

Glosario:

Ángulo agudo: Que tiene una medida menor a 90 grados.

Congruencia: Que tiene la misma medida sin importar su posición $\cong$

Vértice: Punto de corte entre los lados de un ángulo

Circunferencia: Línea curva cerrada cuyos puntos equidistan de otro situado en el mismo plano que se llama centro.

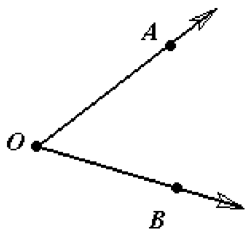
Bisectriz: Semirrecta que parte del vértice de un ángulo y lo divide en dos partes iguales.

Mediana de un triangulo: Segmento que une el punto de medio de un segmento y el vértice opuesto al mismo.

FORMAS DIFERENTES DE NOMBAR UN ÁNGULO:

Partiendo de que un ángulo es la unión de dos semirrectas que tienen el mismo origen. Un ángulo se puede nombrar de diferentes maneras:

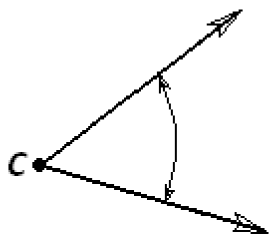
Usando tres letras:



Leemos: ángulo AOB (el vértice se nombra en la mitad)

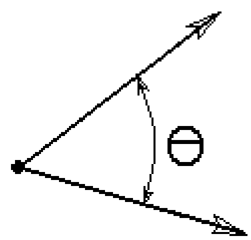
Escribimos: ∡ AOB o $\widehat{AOB}$

Usando la letra del vértice



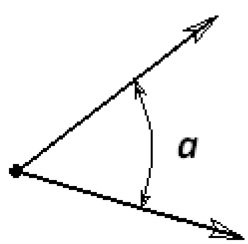
Leemos: ángulo **C** Escribimos: ∡ **C** o $\widehat{C}$

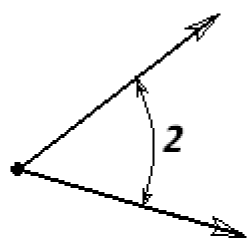
Usando una letra griega



Leemos: ángulo θ Escribimos: ∡ θ $\widehat{\theta}$

Usando una letra minúscula de nuestro alfabeto o un número





MEDIR LOS SIGUIENTES ÁNGULOS: 35 grados, 45 grados, 69 grados, 245 grados, 315 grados.

Como medir un ángulo: https://www.youtube.com/watch?v=V7R2Yf00uBs

CLASIFICACIÓN DE ÁNGULOS DE ACUERDO A SU MEDIDA Y SU POSICIÓN:

De acuerdo a su medida, los ángulos se clasifican en:

Agudos: Es un ángulo que mide más de 0 grados y menos de 90 grados.

Recto: Es un ángulo que mide 90 grados

Obtuso: Es un ángulo que mide más de 90 grados y menos de 180 grados.

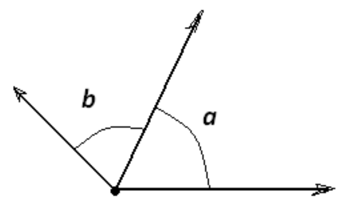
En general todos los ángulos que son mayores de 0 grados y menores de 180 grados se denominan **CONVEXOS** y los mayores de 180 grados y menores de 360 grados se denominan **CÓNCAVOS.**

CLASIFICACIÓN DE LOS ÁGULOS SEGÚN SU POSICIÓN:

De acuerdo a su posición, los ángulos se clasifican en:

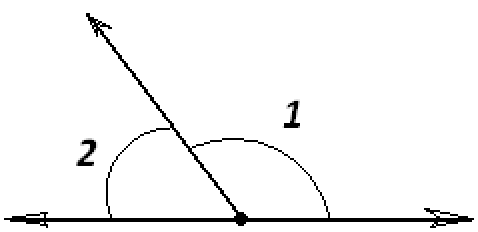
Consecutivos o adyacentes: Dos ángulos son consecutivos o adyacentes si cumplen las siguientes condiciones:

- Están ubicados en distintos semiplanos de un mismo plano
- Tienen el mismo vértice
- Tienen un lado común



La palabra adyacente significa al lado.

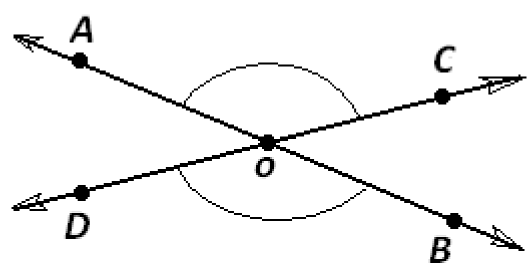
Ángulos en par lineal: Dos ángulos están en par lineal cuando son consecutivos y sus lados no comunes forman una línea recta.



El ángulo 1 y el ángulo 2 forman un par lineal.

Ángulos opuestos por el vértice: Dos ángulos son opuestos por el vértice si cumple las siguientes condiciones.

- Están contenidos en un mismo plano
- Tienen el mismo vértice
- Los lados forman líneas rectas con los lados del otro.
- Su medida es la misma

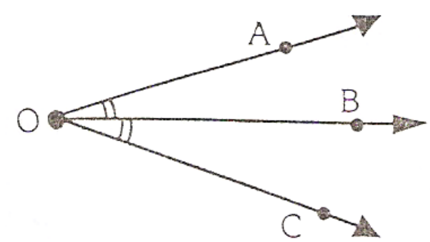


$\measuredangle$ **AOC y** $\measuredangle$ **DOB** Son opuestos por el vértice.

$\measuredangle$ **AOC** $\cong$ $\measuredangle$ **DOB**

BISECTRIZ DE UN ÁNGULO: La bisectriz de un ángulo es una semirrecta cuyo vértice del ángulo, está en el mismo plano del ángulo y lo divide en dos ángulos congruentes.

Construcción de la bisectriz de un ángulo: https://www.youtube.com/watch?v=DOo-kdCcUh8



$\overrightarrow{OB}$ es bisectriz del ∡ AOC ya que:

- $\overrightarrow{OB}$ está en el mismo plano del ∡ AOC .
- El vértice de $\overrightarrow{OB}$ y el origen del ∡ AOC coinciden
- ∡ AOB ≅ ∡ BOC

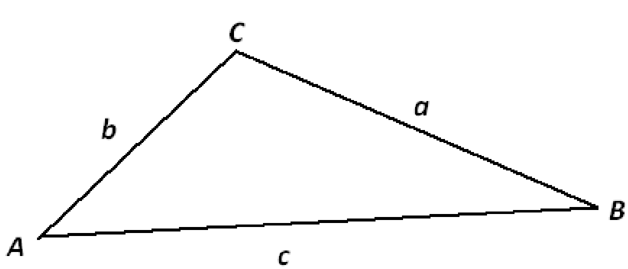
TRIANGULOS

Contesta las siguientes preguntas:

1. **Define con tus propias palabras ¿qué es un triángulo?**
2. **¿Cuáles son las principales características que posee un triángulo?**
3. **Crees que el uso de los triángulos en la vida real es importante, si o no y ¿Por qué?**
4. **Dibuja tres tipos de triángulos diferentes, ¿porqué son distintos? y ¿qué tienen en común?**

¿Qué es un triángulo?:

Es un polígono de tres lados, tres vértices y tres ángulos, un triangulo se puede leer utilizando las tres letras de los vértices y en cualquier orden. El símbolo para nombrar un triangulo es: △



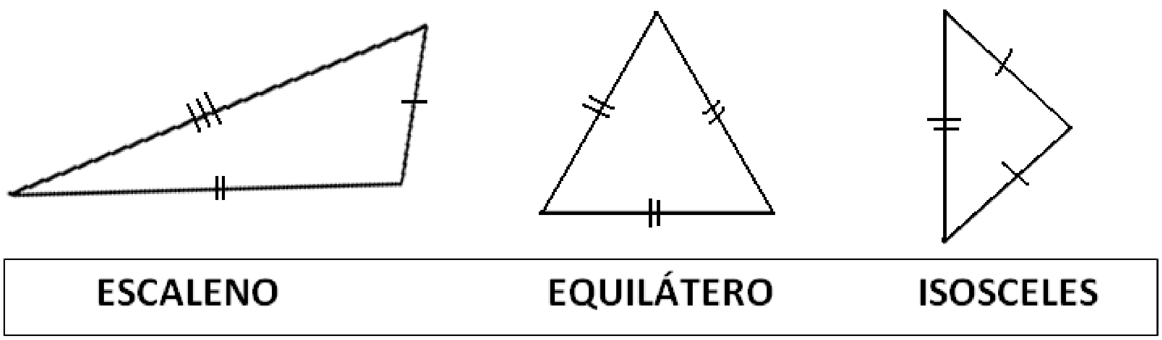
El triangulo se puede leer "Triángulo ABC" y se escribe △ ABC. También se puede leer "Triángulo ACB" y se escribe △ACB.

El lado opuesto a un ángulo en un triangulo, es el lado que no contiene al vértice del ángulo. Estos lados opuestos se representan por la letra minúscula correspondiente al vértice que no contiene. Así en el **ABC** anterior, el segmento **AB s**e opone al ángulo **C** y se representa con la letra **c**; el segmento **AC** se opone al ángulo **B** y se representa con la letra b y el segmento **CB** se opone al ángulo **A** y se representa con la letra **a.**

LOS TRIANGULOS SE CLASIFICAN TENIENDO EN CUENTA DOS CRITERIOS:

De acuerdo a sus lados:

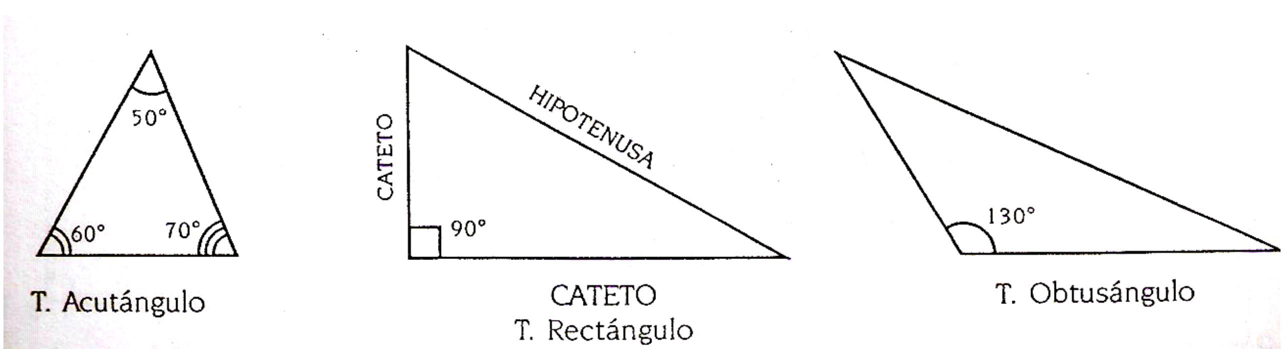
- **Triángulo equilátero:** Son los que tienen sus lados de igual medida
- **Triángulo isósceles:** Son los que tienen dos lados de igual medida
- **Triángulo escaleno:** Son los que tienen todos sus lados de distinta medida



De acuerdo con sus ángulos:

- **Triángulo acutángulo:** Son los que tienen sus tres ángulos agudos.
- **Triángulo rectángulo:** Son los que tienen un ángulo recto. En todo triángulo rectángulo el lado opuesto al ángulo recto se llama **hipotenusa** y los lados que forman el ángulo recto se llaman **catetos.**
- **Triángulo obtusángulo:** Son los que tienen un ángulo obtuso

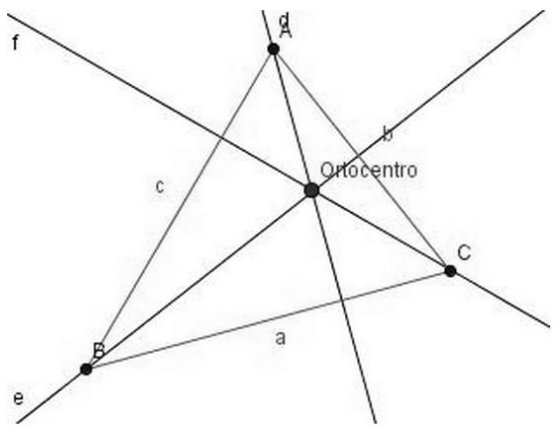
Construya de cada tipo de triangulo un dibujo teniendo en cuenta la medición de los ángulos.



Contesta junto con tu profesor las preguntas que se proponen en la siguiente actividad diagnóstica.

https://www.thatquiz.org/es-A/matematicas/triangulo/

LINEAS Y PUNTOS NOTABLES DE UN TRIANGULO

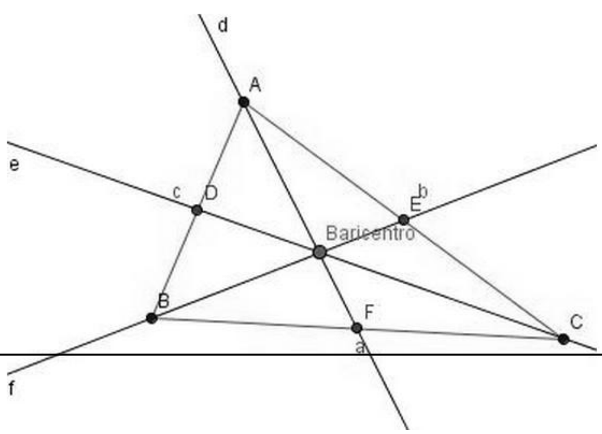


Las líneas y los puntos notables de un triángulo son los siguientes:

Altura: Es el segmento perpendicular trazado desde un vértice al lado opuesto o a su prolongación. El punto donde se cortan las tres alturas de un triangulo se llama **ORTOCENTRO.**

Construcción del **Ortocentro** de un triangulo: **https://www.youtube.com/watch?v=vpXKjSzwuQA**

Mediana: Es un segmento que une un vértice del triangulo con el punto medio del lado opuesto. El punto donde se cortan las tres medianas de un triangulo se denominan **BARICENTRO O CENTRO DE GRAVEDAD.**



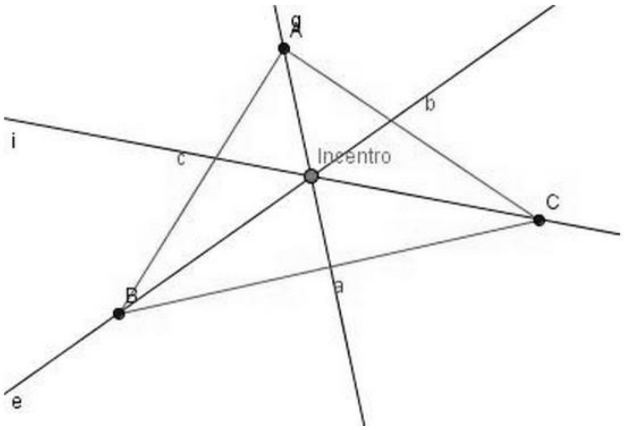
Construcción del **Baricentro** de un triangulo**:**

https://www.youtube.com/watch?v=gzkCudiP6Pw

Bisectriz: Es el segmento que divide un ángulo interior de un triángulo en dos ángulos congruentes. El punto donde se cortan las tres bisectrices de un triangulo se llama **INCENTRO.**

Construcción del **Incentro** de un triangulo:

https://www.youtube.com/watch?v=jZMMkfgJohs



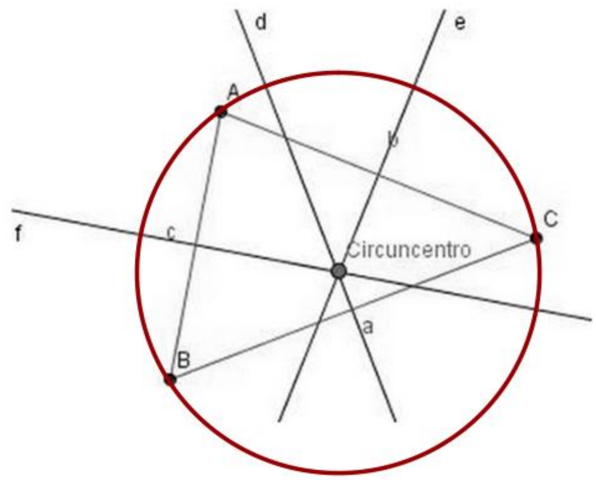
Mediatriz de un segmento: Es una recta que cumple dos condiciones:

- La recta es perpendicular al segmento.
- La recta pasa por el punto medio del segmento.

Las tres mediatrices de un triangulo se cortan en un punto llamado **CIRCUNCENTRO.**

Construcción del **Circuncentro** de un triangulo**:**

https://www.youtube.com/watch?v=9kaEZE32S_A



POSTULADOS Y TEOREMAS

Contesta las siguientes preguntas.

1. Sabes ¿qué es un postulado y un teorema?. Escribe en la parte inferior tu preconcepto.

   ____

   ____

2. Observa el video y compara con lo que escribiste, describe las relaciones y diferencias con lo que usted expreso.

   Video. https://www.youtube.com/watch?v=SUb3RHcxyrs (ver hasta el minuto 4:51)

   ____

   ____

   ____

3. Ver video https://www.youtube.com/watch?v=uUuxXRsogIg Teniendo en cuenta lo que observaste en el video, realiza el dibujo respectivo de los cinco postulados de Euclides.

Primer postulado:

Segundo postulado:

Tercer postulado:

Cuarto postulado:

Quinto postulado.

Para un mayor entendimiento hablaremos de algunos conceptos necesarios para entender los nuevos conceptos.

AXIOMAS O POSTULADOS: es una proposición verdadera cuya verdad se acepta sin demostración.

Ejemplo de Axiomas o postulados básicos:

1. El espacio tiene infinitos puntos, rectas y planos.
2. El plano tiene infinitos puntos y rectas.
3. La recta tiene infinitos puntos.
4. Por un punto pasan infinitas rectas.
5. Por una recta pasan infinitos planos.
6. Por dos puntos pasa una única recta.
7. Por tres puntos no alineados pasa un único plano.

8. Si dos puntos pertenecen a un plano, la recta que pasa por esos dos puntos también se encuentra en el mismo plano.

LOS TEOREMAS: Los teoremas son proposiciones verdaderas cuya verdad es necesario probar. Esto lo logramos combinando las definiciones y los axiomas por medio de las leyes de la lógica.

ESTUDIEMOS ALGUNOS TEOREMAS RELACIONADOS CON LOS TIRANGULOS Y CUADRILATEROS

1. LA SUMA DE LOS ANGULOS INTERIORES DE UN TRIANGULO SUMAN 180 GRADOS.
2. EN UN TRIANGULO EQUILÁTERO LOS ANGULOS INTERIORES SON CONGRUENTES+
3. EN TODO TRIANGULO ISOSCELES, LOS ANGULOS OPUESTOS A LOS LADOS CONGRUENTES SON CONGRUENTES.
4. LOS ÁNGULOS AGUDOS DE UN TRIANGULO RECTÁNGULO SUMAN 90 GRADOS
5. LA SUMA DE LOS ANGULOS INTERIORES DE UN CUADRILÁTERO SUMAN 360 GRADOS
6. LA MEDIDA DE UN ÁNGULO EXTERNO ES IGUAL A LA SUMA DE LOS ÁNGULOS NO CONTINUOS A EL ANGULO EN UN TRIANGULO.
7. LOS ÁNGULOS OPUESTOS POR EL VÉRTICE SON CONGRUENTES
8. EL TRIANGULO QUE SE FORMA POR UN ÁNGULO INSCRITO DETERMINADO POR UN DIÁMETRO DE LA CIRCUNFERENCIA ES UN TRIANGULO RECTANGULO.
9. LAS DIAGONALES DE UN PARALELOGRAMO SE BISECAN EN SU PUNTO MEDIO.

Determine si el siguiente enunciado es falso o verdadero.

“ Si un cuadrilátero tiene los cuatro ángulos congruentes, entonces también tiene los cuatro lados congruentes”

Observe el video y aprendamos más de los triángulos:

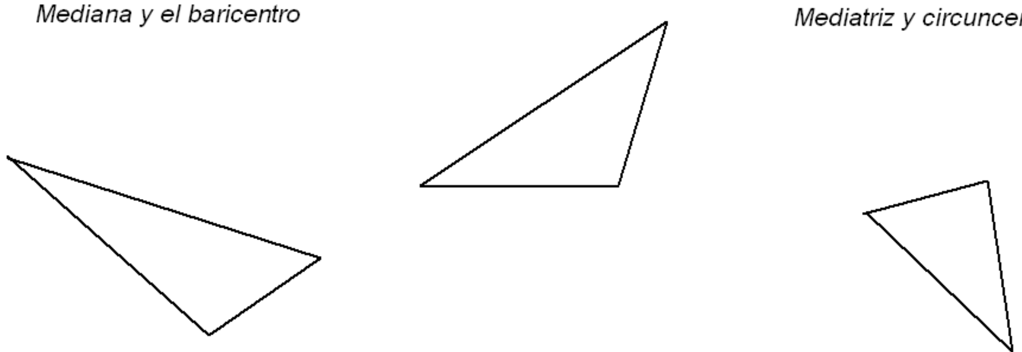
https://www.youtube.com/watch?v=lh7K8C5C5KA

ACTIVIDAD EVALUATIVA

Grupos de trabajo formado por 4 integrantes.

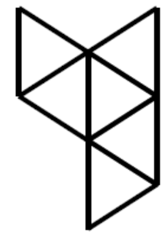
1. Para los siguientes enunciados, determine su veracidad o falsedad. Justifique su respuesta realizando una construcción o enunciando una teoría.
    a. Con las medidas 5, 7 y 10 centímetros es posible construir un triangulo ( )
    b. En todo triángulo la suma de los ángulos interiores deben sumar 180 grados. ( )
    c. Es posible construir un triangulo rectángulo que sea isósceles. ( )
    d. Un triángulo escaleno puede ser equilátero ( )
    e. La bisectriz de un ángulo divide el ángulo en dos ángulos congruentes ( )
    f. Tres puntos son colineales si pertenecen a la misma recta ( )
    g. La mediana de un triángulo es el segmento perpendicular que pasa por su punto medio ( )
    h. Si un triangulo es acutángulo, entonces este necesariamente tiene que ser equilátero. ( )
2. Sigue las instrucciones dadas para realizar la construcción geométrica. Utiliza la mitad de una hoja iris.
    a. Dibuja una semirrecta AB. Sobre $\overrightarrow{AB}$, marca los puntos C y D, tales que $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD}$.
    b. Construye el triángulo equilátero ADG.
    c. Sobre $\overline{AG}$ marca los puntos $E y F$ tales que $\overline{AE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FG}$. Nota que $\overline{AE} \cong \overline{AB}$.
    d. Sobre $\overline{GD}$, marca los puntos H e I de tal forma que $\overline{GH} \cong \overline{HI} \cong \overline{ID}$.
    e. Para completar la estrella, dibuja las rectas FH, EB y CI , marca los puntos donde se intersecan.
3. Con la otra mitad de la hoja iris, dóblela por la mitad y pegue estas dos partes con colbón, construya un triangulo rectángulo que cubra la mayor área posible de esta superficie, recórtelo y busque el centro de gravedad, cuando lo encuentre, coloque perpendicularmente sobre una superficie plana un alfiler o un palito, ahora ubique sobre la punta del alfiler o del palo el triangulo de tal manera que esta punta coincida con el centro de gravedad. Describa lo que observa.
4. Con la ayuda de los palillos y los cauchos, construye una mesa cuadrada y otra triangular con la menor cantidad de palillos, de tal forma que al colocarle el peso de 5 cuadernos, estas lo puedan soportar sin derrumbarse. Escriba dos conclusiones de la experiencia.
5. Utilizando una hoja de papel iris elabore un cuadrado perfecto, divida este cuadrado en 9 cuadrados perfectos, trace una de las bisectrices de los cuadrados de las esquinas, por último arme una caja cúbica doblando por la bisectriz cada uno de los cuadros de las esquinas y los lados de cada uno de los otros cuadrados.
6. Para los siguientes triángulos construya con regla y compas la línea y el punto notable pedido.

Mediana y el baricentro *Mediatriz y circuncentro*



Alturas y ortocentro.

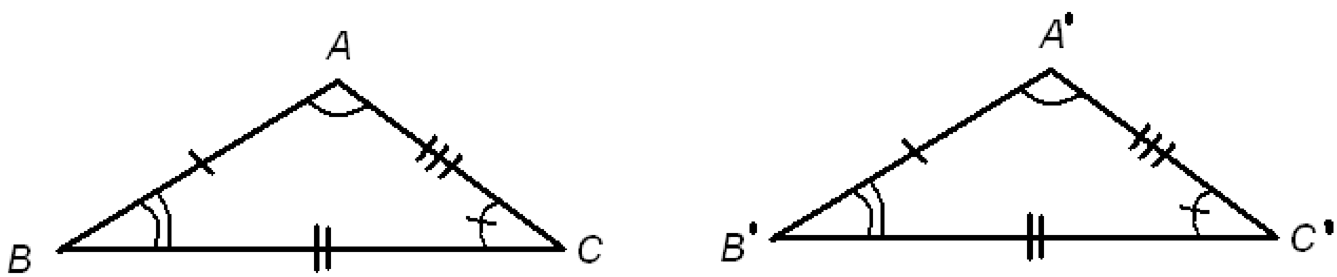
7. Construye con 13 palillos la figura y retira 3 de los 13 palillos para que queden formados solo 3 triángulos. Determine qué tipo de triángulos son, según sus lados y sus ángulos.



TRIANGULOS CONGRUENTES

¿Cuándo dos triángulos son congruentes?

Dos triángulos son congruentes cuando los tres ángulos de uno son respectivamente congruentes con los tres ángulos de otro y los tres lados de uno son respectivamente congruentes con los tres lados del otro. El símbolo de congruencia de triángulos también es . $\cong$



$$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C' \quad \text{ya que} \quad \left\{ \begin{array}{l} \hat{A} \cong \hat{A'} \,,\ \hat{B} \cong \hat{B'} \,,\ \hat{C} \cong \hat{C'} \\ \overline{AB} \cong \overline{A'B'} \,,\ \overline{BC} \cong \overline{B'C'} \,,\ \overline{AC} \cong \overline{A'C'} \end{array} \right.$$

TRIANGULOS SEMEJANTES

Antes de conocer cuando dos triángulos son semejantes es necesario interiorizar algunos conceptos fundamentales de Razones y proporciones.

SEMEJANZA: Dos figuras geométricas son semejantes si tienen exactamente la firma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño, siendo sus ángulos correspondientes congruentes y sus lados correspondientes proporcionales

RAZÓN:

Definición geométrica: Es un cociente indicado entre dos cantidades “a” y “b” que se representa como:

$$\frac{a}{b} \begin{array}{l} \leftarrow \textit{Antecedente} \\ \leftarrow \textit{Consecuente} \end{array}$$

$$\boxed{Donde \qquad b \neq 0}$$

Y se Lee “a” es a “b”

PROPORCIÓN: Es una igualdad entre dos razones. Se presenta como:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftarrow \underbrace{a : \underbrace{b :: c}_{\text{Medios}} : d}_{\text{Extremos}}$$

Se lee “a” es a “b” como “c” es a “d”

b y d son diferentes de cero.

PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES:

Para toda proporción se cumple que el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftarrow a \cdot d = b \cdot c \ , \ b \wedge d \neq 0}$$

Actividad:

1. Aplicando la propiedad fundamental de las proporciones, completa y halla el valor del término desconocido.

a. Si $\frac{13}{8} = \frac{39}{x}$ entonces $13x =$ __________, luego $x =$ ________

b. Si $\frac{5}{a} = \frac{7}{4}$ entonces $7a =$ __________, luego $a =$ ________

c. Si $\frac{11}{8} = \frac{99}{m}$ entonces $11m =$ __________, luego $m =$ ________

d. Si $\frac{25}{6} = \frac{n+1}{3}$ entonces $6(n+1) =$ __________, luego $n =$ ________

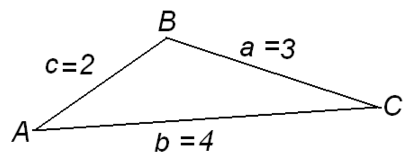
2. Determina si cada afirmación es verdadera o falsa y justifica la respuesta.

a. Si en la proporción $\frac{4}{5} = \frac{36}{40}$ se intercambian los medios o los extremos, se obtiene otra proporción correcta. ( )

b. En la proporción $\frac{x}{b} = \frac{c}{x}$, "x" es llamada la media proporcional y para hallarla procedemos así: $x^2 = b \cdot c \Rightarrow x = \sqrt{b \cdot c}$. Al determinar la media proporcional en $\frac{x}{4} = \frac{36}{x}$ obtenemos $x = 12$. ( )

c. En toda proporción se pueden invertir las razones y las proporciones no cambia.
Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ ( )

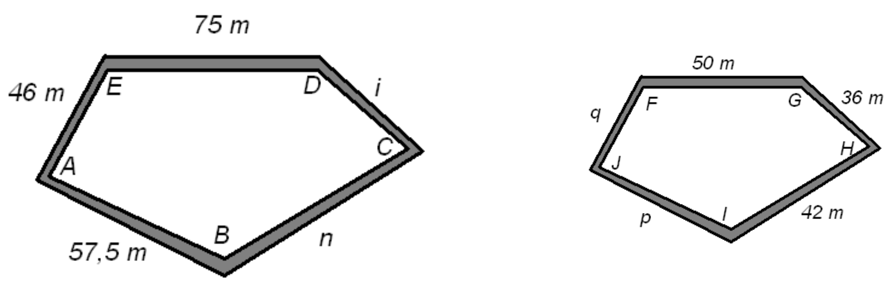
1. **También puede decirse que dos figuras son semejantes, si una de ellas es modelo a escala de la otra. Dado que el triángulo ABC, construye otro triángulo A'B'C'. Tal que la longitud de cada uno de sus lados se tres veces la longitud de los del triángulo ABC.**



2. **Representa las ternas que indiquen la proporcionalidad entre los lados de los triángulos.**

$$Si \quad \frac{a}{a'} = \frac{\square}{c'} \; ; \; \frac{b}{\square} = \frac{3}{\square} \; ; \; \frac{4}{\square} = \frac{2}{\square}$$

3. **En el municipio de Guarne se quiere realizar un proyecto de construir dos parques, uno infantil y otro de descanso para adultos, pero con la condición que tenga la misma forma. Para el proyecto se disponen de dos terrenos aledaños, de diferente tamaño. El arquitecto realiza un diseño de los parques, pero quiere saber las dimensiones de los lados del parque para que sean proporcionales, de acuerdo al diseño indicado.**



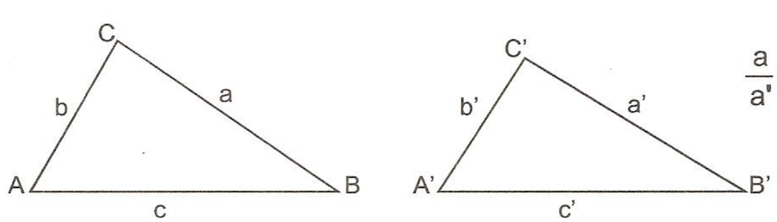
SEMEJANZA DE TRIANGULOS

Dos triángulos son semejantes si tienen ángulos correspondientes congruentes y sus lados correspondientes proporcionales.

Criterios de semejanza de triángulos. https://www.youtube.com/watch?v=HBLPCEI_r4w Ver el video.

1. ***CRITERIO (L L L)***

Dos triángulos son semejantes cuando tiene lados proporcionales

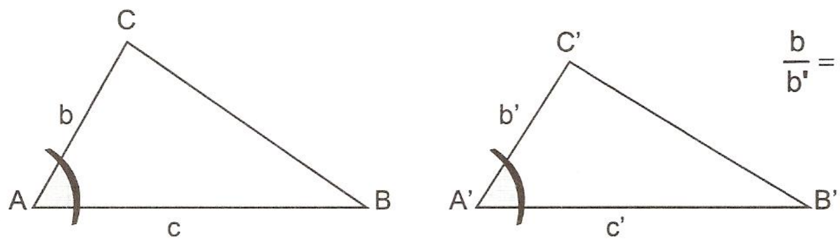


$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Rightarrow \Delta ABC \sim A'B'C'$$

2.

CRITERIO (L A L)

Dos triángulos son semejantes cuando tienen un ángulo igual y los lados que lo conforman son proporcionales

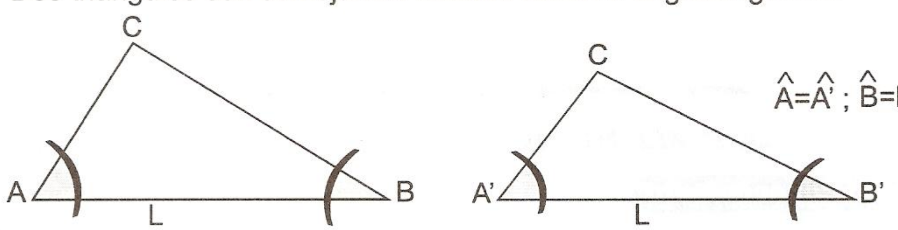


$$\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

3.

CRITERIO (A L A)

Dos triángulos son semejantes cuando tienen 2 ángulos iguales.



$$\hat{A}=\hat{A}' \ ; \ \hat{B}=\hat{B}' \Rightarrow \Delta ABC \sim A'B'C'$$

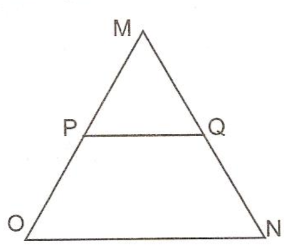
Ver ejemplos en la página http://www.aulafacil.com/Matematicas_2ESO/Curso/Lecc-22.htm

TEOREMAS DE LOS TRIANGULOS Y ALGO MÁS.

Teorema fundamental de la semejanza de triángulos:

Toda recta paralela a un lado de un triángulo forma con los otros dos lados un triangulo semejante al primero.

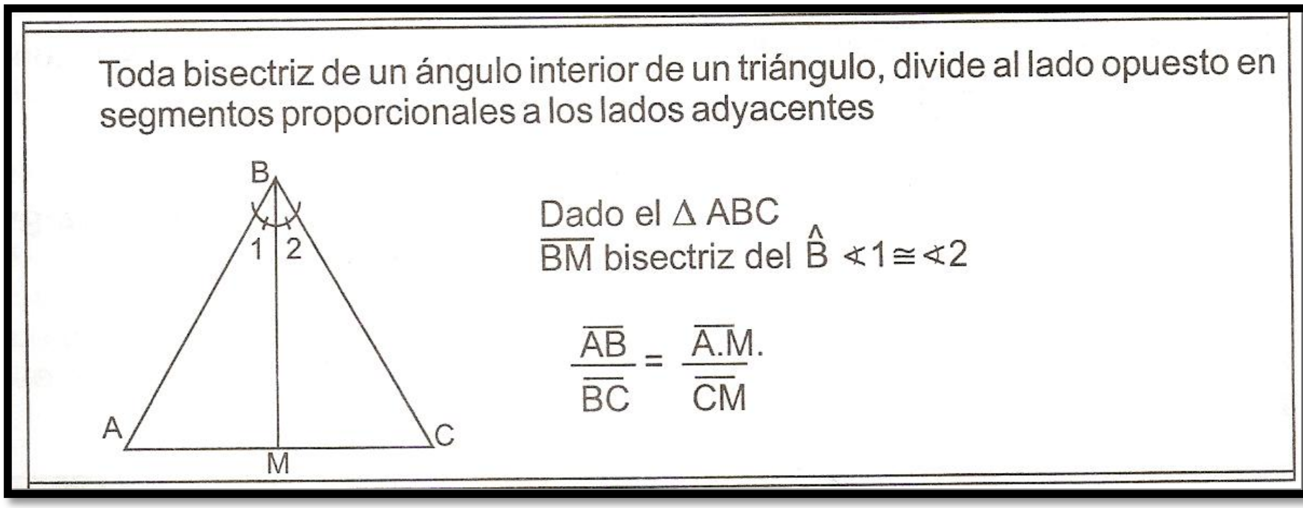
Toda recta paralela a un lado de un triángulo forma con los otros dos lados un triángulo semejante al primero.



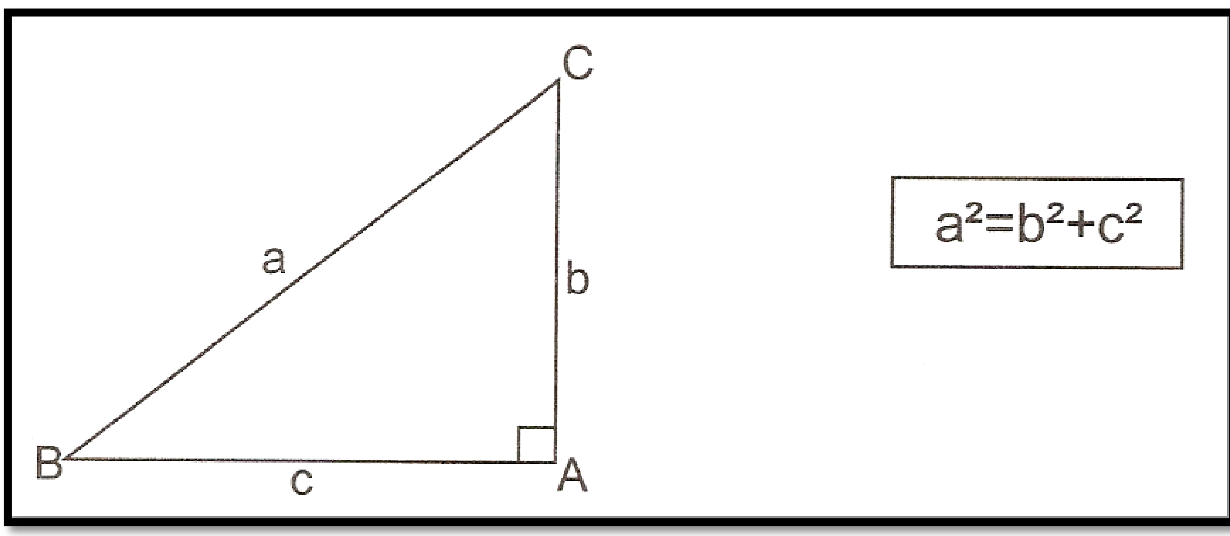
Hipótesis: $\overline{PQ} \parallel \overline{ON}$

Tesis: $\Delta\ MNO \approx \Delta MPQ$

Teorema de la bisectriz: Toda bisectriz de un ángulo interior de un triángulo, divide al lado opuesto en segmentos proporcionales a los lados adyacentes.

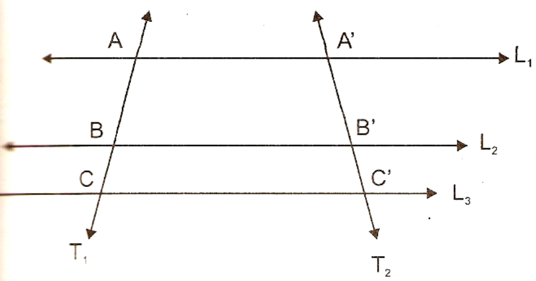


Teorema de Pitágoras: En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



Teorema de Tales de Mileto:

Si dos o más rectas paralelas se intersecan son dos rectas transversales, determinan segmentos proporcionales.



L1|| L2 || L3; T1 y T2 transversales o secantes, por lo tanto:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} \quad o \quad \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$$

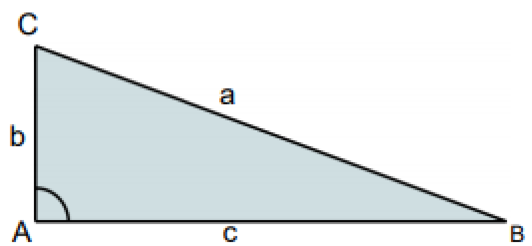
TALLER DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

El archivo lo puedes encontrar en el enlace: https://efa47de3-daf7-4ef6-b89f-7a4be762dcd8.filesusr.com/ugd/ba7b79_0d2b78d2927743e59c0b57615b52d64e.pdf

Teorema de Pitágoras

TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



$$a^2 = b^2 + c^2$$

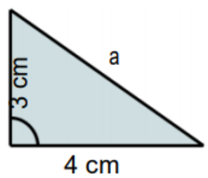
De esta fórmula se obtienen las siguientes:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} \qquad b = \sqrt{a^2 - c^2} \qquad c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

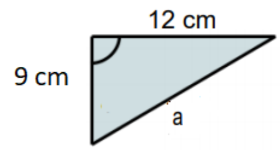
1 **Calcula la hipotenusa de los siguientes triángulos rectángulos.**

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

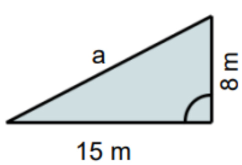


$a = \sqrt{3^2 + 4^2}$

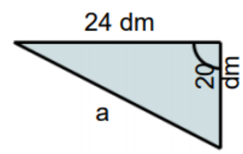
a = 5 cm



a =



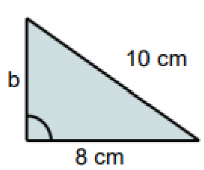
a =



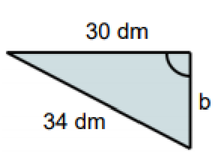
a =

2 **Calcula el cateto que falta en cada triángulo rectángulo.**

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

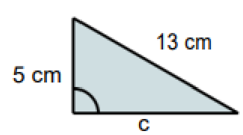


$b = \sqrt{10^2 - 8^2}$

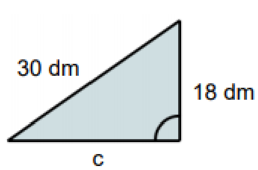


b =

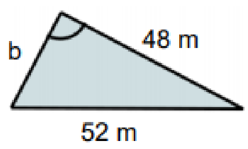
$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$



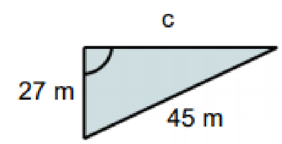
$c = \sqrt{13^2 - 5^2}$



c =

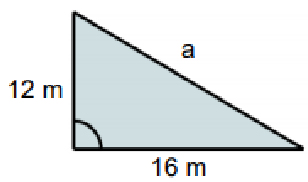


b =

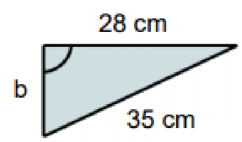


c =

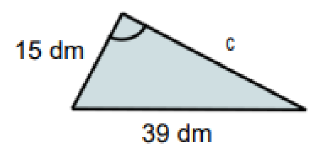
3 **Calcula en cada triángulo rectángulo el lado que falta.**



a =



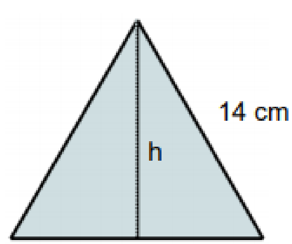
b =



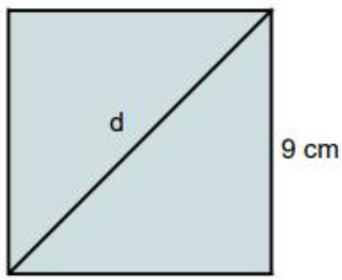
c =

PROBLEMAS DE APLICACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

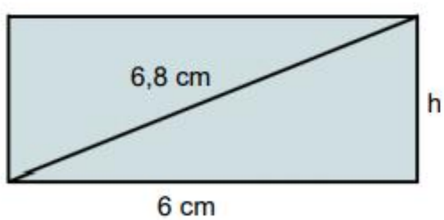
1 **Calcula la altura de un triángulo equilátero de 14 cm de lado.**



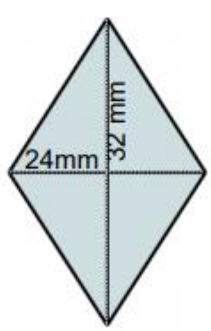
2 **Calcula la diagonal de un cuadrado de 9 cm de lado.**



3 **Calcula la altura de un rectángulo cuya diagonal mide 6,8 cm y la base 6 cm.**



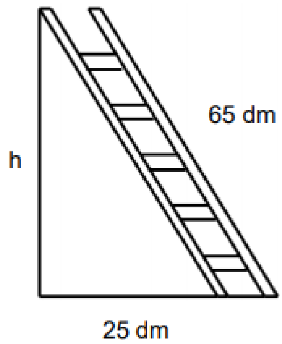
4 **Calcula el lado de un rombo cuyas diagonales miden 32 mm y 24 mm.**



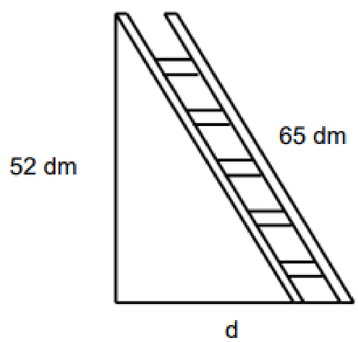
5

Una escalera de 65 dm de longitud está apoyada sobre la pared. El pie de la escalera dista 25 dm de la pared.

a) ¿A qué altura se apoya la parte superior de la escalera en la pared?

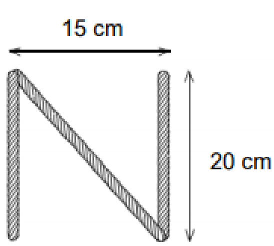


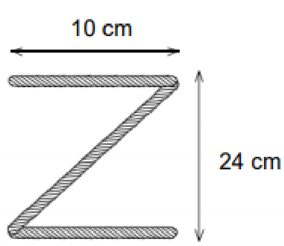
b) ¿A qué distancia de la pared habrá que colocar el pie de esta misma escalera para que la parte superior se apoye en la pared a una altura de 52 dm?

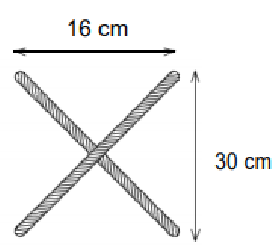


6

Calcula los centímetros de cuerda que se necesitan para formar las letras N, Z y X de las siguientes dimensiones.







Se necesitan____cm.

Se necesitan____cm.

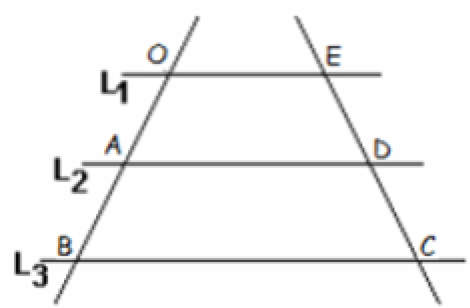
Se necesitan____cm.

TALLER DEL TEOREMA DE TALES

El archivo lo puedes encontrar en el enlace: https://efa47de3-daf7-4ef6-b89f-7a4be762dcd8.filesusr.com/ugd/ba7b79_8dc0c8d6692d4f83b189da43f15f8764.pdf

Sean $L_1 // L_2 // L_3$, entonces se tiene que:

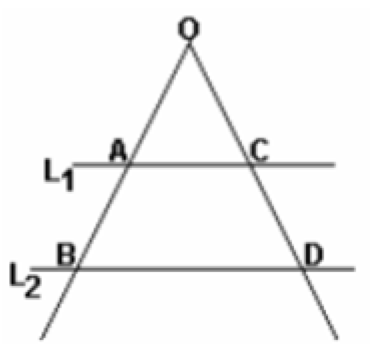
$$\frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{ED}}{\overline{DC}} \qquad \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{ED}}{\overline{EC}} \qquad \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{EC}}$$



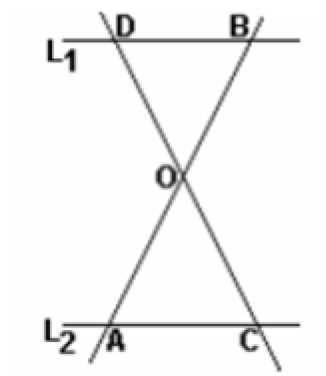
CASO PARTICULAR DEL TEOREMA DE TALES:

Si se tienen dos rectas paralelas $L_1 // L_2$ que se cortan por dos rectas que presentan un punto común, se forman segmentos proporcionales que cumplen las siguientes relaciones:

a)



b)



En las figuras anteriores se cumplen las siguientes proporciones:

a)

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{CD}} \qquad \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}$$

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{OD}} \qquad \frac{\overline{OA}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{BD}}$$

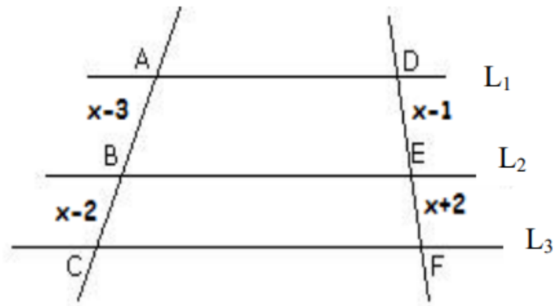
b)

$$\overline{OA} : \overline{AC} : \overline{CO} = \overline{OB} : \overline{BD} : \overline{DO}$$

EJERCICIOS DE APLICACION

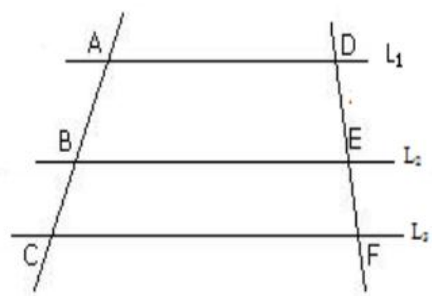
1) En la figura, para que $L_1 // L_2 // L_3$, el valor de x debe ser:

a) -2
b) 2
c) 3
d) 4
e) No existe tal valor para x



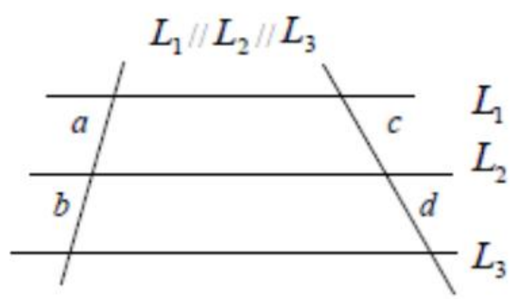
2) En la figura, $L_1 // L_2 // L_3$, si $\overline{AB}$ =6 cm , $\overline{AC}$ = 10 cm y $\overline{EF}$ = 5 cm, entonces $\overline{DE}$ =?

a) $3,\overline{3}$ cm
b) $6,\overline{6}$ cm
c) 7 cm
d) 7,5 cm
e) 8 cm



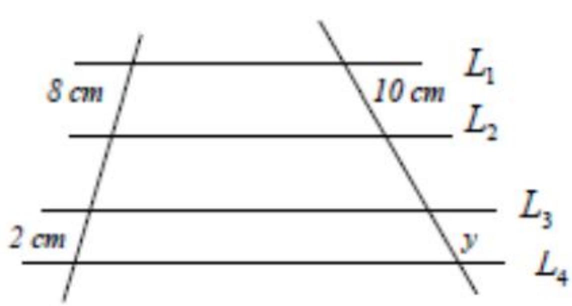
3) En la figura **a : b = 5 : 3** y **c** = 15. ¿Cuánto mide el trazo **d**?

a) 1
b) 7
c) 9
d) 15
e) 25

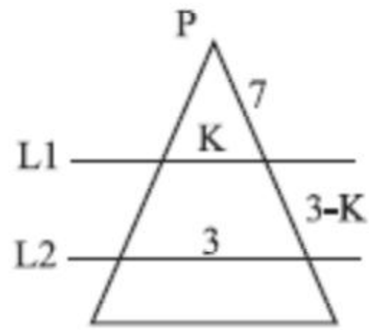


4) En la figura, $L_1 // L_2 // L_3 // L_4$; el trazo **y** mide:

a) 1,6 cm.
b) 2,5 cm.
c) 4 cm.
d) 6 cm.
e) 40 cm.



5) En la figura para que L1 // L2, el valor de **k** debe ser:



a) 4
b) 3 y 7
c) -7 y 3
d) -3 y 7
e) 5 y 8

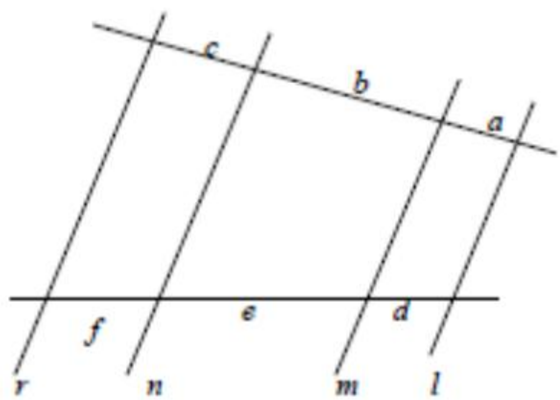
6) En la figura siguiente: **l // m // n // r** ; con respecto a ella, es verdadero que:

I. $\frac{a}{b} = \frac{d}{e}$

II. $\frac{b}{e} = \frac{c}{f}$

III. $\frac{a}{c} = \frac{f}{d}$

IV. $\frac{d}{a} = \frac{f}{c}$



a) Sólo I y II
b) Sólo III y IV
c) Sólo I, II y III
d) Sólo II, III y IV
e) Sólo I, II y IV

7) Una persona está situada en el punto A, y tiene al frente dos postes ED y BC perpendiculares al plano, como se muestra en la figura. Si la distancia entre el punto A y el poste BC es (4x + 5) metros y la distancia entre los postes es (x + 5) metros, ¿cuántos metros separan a la persona (punto A) del poste ED?

a) 1 metro
b) 9 metros
c) 6 metros
d) 3 metros
e) 30 metros